

Corso “Programmazione 1”

Capitolo 11: Strutture Dati Astratte

Docente: **Roberto Sebastiani** - roberto.sebastiani@unitn.it
Esercitori: **Mario Passamani** - mario.passamani@unitn.it
Alessandro Tomasi - alessandro.tomasi@unitn.it
C.D.L.: Informatica (INF)
Ing. Informatica, delle Comunicazioni ed Elettronica (ICE)
Studenti con numero di matricola pari
A.A.: 2019-2020
Luogo: DISI, Università di Trento
URL: disi.unitn.it/rseba/DIDATTICA/prog1_2020/

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Tipo di Dato Astratto

Un **tipo di dato astratto (TDA)** è un insieme di **valori** e di **operazioni** definite su di essi in modo indipendente dalla loro implementazione

- Per definire un tipo di dato astratto occorre specificare:
 - i **dati** immagazzinati
 - le **operazioni** supportate
 - le eventuali **condizioni di errore** associate alle operazioni
- Per lo stesso TDA si possono avere **più implementazioni**
 - diversa implementazione, diverse caratteristiche computazionali (efficienza, uso di memoria, ecc.)
 - **stessa interfaccia** (stessi header di funzioni, riportati in un file `.h`)
⇒ implementazioni **interscambiabili in un programma**
- È spesso desiderabile nascondere l'implementazione di un TDA (**information hiding**): solo i file `.h` e `.o` disponibili

N.B.: La nozione di TDA è la base della **programmazione ad oggetti**.

Tipo di Dato Astratto

Un **tipo di dato astratto (TDA)** è un insieme di **valori** e di **operazioni** definite su di essi **in modo indipendente dalla loro implementazione**

- Per definire un tipo di dato astratto occorre specificare:
 - i **dati** immagazzinati
 - le **operazioni** supportate
 - le eventuali **condizioni di errore** associate alle operazioni
- Per lo stesso TDA si possono avere **più implementazioni**
 - diversa implementazione, diverse caratteristiche computazionali (efficienza, uso di memoria, ecc.)
 - **stessa interfaccia** (stessi header di funzioni, riportati in un file `.h`)
⇒ implementazioni **interscambiabili in un programma**
- È spesso desiderabile nascondere l'implementazione di un TDA (**information hiding**): solo i file `.h` e `.o` disponibili

N.B.: La nozione di TDA è la base della **programmazione ad oggetti**.

Tipo di Dato Astratto

Un **tipo di dato astratto (TDA)** è un insieme di **valori** e di **operazioni** definite su di essi in modo indipendente dalla loro implementazione

- Per definire un tipo di dato astratto occorre specificare:
 - i **dati** immagazzinati
 - le **operazioni** supportate
 - le eventuali **condizioni di errore** associate alle operazioni
- Per lo stesso TDA si possono avere **più implementazioni**
 - diversa implementazione, diverse caratteristiche computazionali (efficienza, uso di memoria, ecc.)
 - **stessa interfaccia** (stessi header di funzioni, riportati in un file `.h`)
⇒ implementazioni **interscambiabili in un programma**
- È spesso desiderabile nascondere l'implementazione di un TDA (**information hiding**): solo i file `.h` e `.o` disponibili

N.B.: La nozione di TDA è la base della **programmazione ad oggetti**.

Tipo di Dato Astratto

Un **tipo di dato astratto (TDA)** è un insieme di **valori** e di **operazioni** definite su di essi in modo indipendente dalla loro implementazione

- Per definire un tipo di dato astratto occorre specificare:
 - i **dati** immagazzinati
 - le **operazioni** supportate
 - le eventuali **condizioni di errore** associate alle operazioni
- Per lo stesso TDA si possono avere **più implementazioni**
 - diversa implementazione, diverse caratteristiche computazionali (efficienza, uso di memoria, ecc.)
 - **stessa interfaccia** (stessi header di funzioni, riportati in un file `.h`)
⇒ implementazioni **interscambiabili in un programma**
- È spesso desiderabile nascondere l'implementazione di un TDA (**information hiding**): solo i file `.h` e `.o` disponibili

N.B.: La nozione di TDA è la base della **programmazione ad oggetti**.

Tipo di Dato Astratto

Un **tipo di dato astratto (TDA)** è un insieme di **valori** e di **operazioni** definite su di essi in modo indipendente dalla loro implementazione

- Per definire un tipo di dato astratto occorre specificare:
 - i **dati** immagazzinati
 - le **operazioni** supportate
 - le eventuali **condizioni di errore** associate alle operazioni
- Per lo stesso TDA si possono avere **più implementazioni**
 - diversa implementazione, diverse caratteristiche computazionali (efficienza, uso di memoria, ecc.)
 - **stessa interfaccia** (stessi header di funzioni, riportati in un file `.h`)
⇒ implementazioni **interscambiabili in un programma**
- È spesso desiderabile nascondere l'implementazione di un TDA (**information hiding**): solo i file `.h` e `.o` disponibili

N.B.: La nozione di TDA è la base della **programmazione ad oggetti**.

Esempi Molto Importanti di Tipi di Dato Astratto

- Le **Pile** (**Stack**)
- Le **Code** (**Queue**)
- Gli **Alberi** (**Tree**)

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- **Le Pile (Realizzate Tramite Array)**
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Le Pile (Stack)

- Una **pila** è una collezione di dati omogenei (e.g., puntatori a struct) in cui gli elementi sono gestiti in modo **LIFO (Last In First Out)**
 - Viene visualizzato/estratto l'elemento inserito più recentemente
 - Es: una scatola alta e stretta contenente documenti
- Operazioni tipiche definite su una pila di oggetti di tipo `T`:
 - `init()/deinit()`: inizializza/deinizializza la pila
 - `push(T)`: inserisce elemento sulla pila; fallisce se piena
 - `pop()`: estrae l'ultimo elemento inserito (senza visualizzarlo); fallisce se vuota
 - `top(T &)`: ritorna l'ultimo elemento inserito (senza estrarlo); fallisce se vuota
- Varianti:
 - `pop()` e `top(T &)` fuse in un'unica operazione `pop(T &)`
 - talvolta disponibili anche `print()`
 - [`deinit()` non sempre presente]

Le Pile (Stack)

- Una **pila** è una collezione di dati omogenei (e.g., puntatori a struct) in cui gli elementi sono gestiti in modo **LIFO (Last In First Out)**
 - Viene visualizzato/estratto l'elemento inserito più recentemente
 - Es: una scatola alta e stretta contenente documenti
- Operazioni tipiche definite su una pila di oggetti di tipo `T`:
 - `init()/deinit()`: inizializza/deinizializza la pila
 - `push(T)`: inserisce elemento sulla pila; fallisce se piena
 - `pop()`: estrae l'ultimo elemento inserito (senza visualizzarlo); fallisce se vuota
 - `top(T &)`: ritorna l'ultimo elemento inserito (senza estrarlo); fallisce se vuota
- Varianti:
 - `pop()` e `top(T &)` fuse in un'unica operazione `pop(T &)`
 - talvolta disponibili anche `print()`
 - [`deinit()` non sempre presente]

Le Pile (Stack)

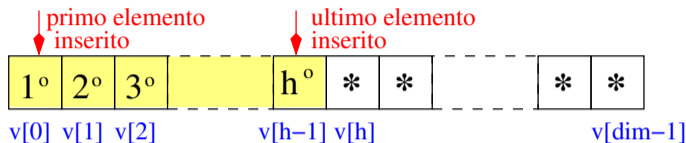
- Una **pila** è una collezione di dati omogenei (e.g., puntatori a struct) in cui gli elementi sono gestiti in modo **LIFO (Last In First Out)**
 - Viene visualizzato/estratto l'elemento inserito più recentemente
 - Es: una scatola alta e stretta contenente documenti
- Operazioni tipiche definite su una pila di oggetti di tipo `T`:
 - `init()/deinit()`: inizializza/deinizializza la pila
 - `push(T)`: inserisce elemento sulla pila; fallisce se piena
 - `pop()`: estrae l'ultimo elemento inserito (senza visualizzarlo); fallisce se vuota
 - `top(T &)`: ritorna l'ultimo elemento inserito (senza estrarlo); fallisce se vuota
- Varianti:
 - `pop()` e `top(T &)` fuse in un'unica operazione `pop(T &)`
 - talvolta disponibili anche `print()`
 - [`deinit()` non sempre presente]

Le Pile (Stack) II

Nota importante

In tutte le possibili implementazioni di una pila, le operazioni `push(T)`, `pop()`, `top(T &)` **devono richiedere un numero costante di passi computazionali**, indipendente dal numero di elementi contenuti nella pila!

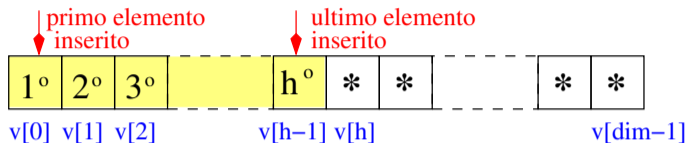
Implementazione di una pila mediante array



- **Dati:** un intero h e un array v di dim elementi di tipo T
 - v allocato staticamente o dinamicamente
 - h indice del prossimo elemento da inserire (inizialmente 0)
- ⇒ numero di elementi contenuti nella pila: h
 - pila vuota: $h==0$
 - pila piena: $h==dim$
- ⇒ massimo numero di elementi contenuti nella pila: dim

N.B.: dim elementi sempre allocati.

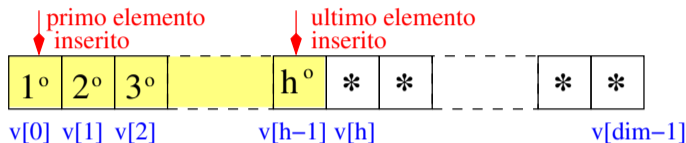
Implementazione di una pila mediante array



- **Dati:** un intero h e un array v di dim elementi di tipo T
 - v allocato staticamente o dinamicamente
 - h indice del prossimo elemento da inserire (inizialmente 0)
- ⇒ numero di elementi contenuti nella pila: h
 - pila vuota: $h==0$
 - pila piena: $h==dim$
- ⇒ massimo numero di elementi contenuti nella pila: dim

N.B.: dim elementi sempre allocati.

Implementazione di una pila mediante array II



- **Funzionalità:**

- `init()`: pone $h=0$ (alloca v se allocazione dinamica)
- `push(T)`: inserisce l'elemento in $v[h]$, incrementa h
- `pop()`: decrementa h
- `top(T &)`: restituisce $v[h-1]$
- `deinit()`: dealloca v se allocazione dinamica

Esempi su pile di interi

- semplice stack di interi come struct:

```
{  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack.h  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack.cc  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack_main.cc  
}
```

- uso di stack per invertire l'ordine:

```
{  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack.h  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack.cc  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_reverse_main.cc  
}  
(struct_stack.h|.cc stessi del caso precedente)
```

Esempi su pile di interi

- semplice stack di interi come struct:

```
{  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack.h  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack.cc  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack_main.cc  
}
```

- uso di stack per invertire l'ordine:

```
{  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack.h  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_stack.cc  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_reverse_main.cc  
}
```

(struct_stack.h|.cc **stessi del caso precedente**)

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- **Le Code (Realizzate Tramite Array)**
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Le Code (Queue)

- Una **coda** è una collezione di dati omogenei in cui gli elementi sono gestiti in modo **FIFO (First In First Out)**
 - Viene visualizzato/estratto l'elemento inserito meno recentemente
 - Es: una coda ad uno sportello
- Operazioni tipiche definite su una coda di oggetti di tipo T:
 - `init()/deinit()`: inizializza/deinizializza la coda
 - `enqueue(T)`: inserisce elemento sulla coda; fallisce se piena
 - `dequeue()`: estrae il primo elemento inserito (senza visualizzarlo); fallisce se vuota
 - `first(T &)`: ritorna il primo elemento inserito (senza estrarlo); fallisce se vuota
- Varianti:
 - `dequeue()` e `first(T &)` fuse in un'unica operazione `dequeue(T &)`
 - talvolta disponibili anche `print()`
 - [`deinit()` non sempre presente]

Le Code (Queue)

- Una **coda** è una collezione di dati omogenei in cui gli elementi sono gestiti in modo **FIFO (First In First Out)**
 - Viene visualizzato/estratto l'elemento inserito meno recentemente
 - Es: una coda ad uno sportello
- Operazioni tipiche definite su una coda di oggetti di tipo **T**:
 - `init()/deinit()`: inizializza/deinizializza la coda
 - `enqueue(T)`: inserisce elemento sulla coda; fallisce se piena
 - `dequeue()`: estrae il primo elemento inserito (senza visualizzarlo); fallisce se vuota
 - `first(T &)`: ritorna il primo elemento inserito (senza estrarlo); fallisce se vuota
- Varianti:
 - `dequeue()` e `first(T &)` fuse in un'unica operazione `dequeue(T &)`
 - talvolta disponibili anche `print()`
 - [`deinit()` non sempre presente]

Le Code (Queue)

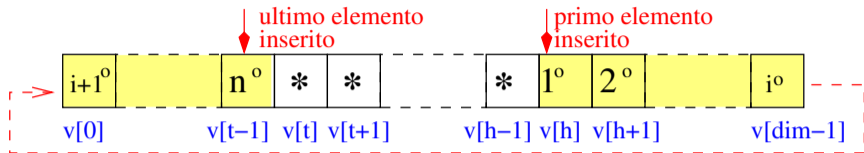
- Una **coda** è una collezione di dati omogenei in cui gli elementi sono gestiti in modo **FIFO (First In First Out)**
 - Viene visualizzato/estratto l'elemento inserito meno recentemente
 - Es: una coda ad uno sportello
- Operazioni tipiche definite su una coda di oggetti di tipo **T**:
 - `init()/deinit()`: inizializza/deinizializza la coda
 - `enqueue(T)`: inserisce elemento sulla coda; fallisce se piena
 - `dequeue()`: estrae il primo elemento inserito (senza visualizzarlo); fallisce se vuota
 - `first(T &)`: ritorna il primo elemento inserito (senza estrarlo); fallisce se vuota
- Varianti:
 - `dequeue()` e `first(T &)` fuse in un'unica operazione `dequeue(T &)`
 - talvolta disponibili anche `print()`
 - [`deinit()` non sempre presente]

Le Code (Queue) II

Nota importante

In tutte le possibili implementazioni di una coda, le operazioni `enqueue(T)`, `dequeue()`, `first(T &)` **devono richiedere un numero costante di passi computazionali**, indipendente dal numero di elementi contenuti nella coda!

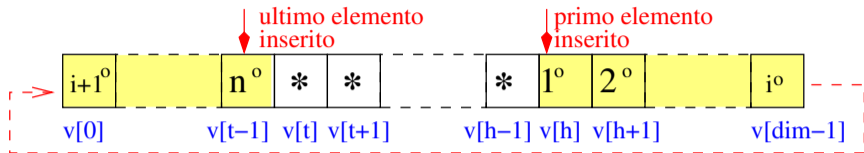
Implementazione di una coda mediante array



- **Idea:** **buffer circolare:** $\text{succ}(i) == (i+1) \% \text{dim}$
 - **Dati:** due interi h, t e un array v di dim elementi di tipo T
 - v allocato staticamente o dinamicamente
 - h indice del più vecchio elemento inserito (inizialmente 0)
 - t indice del prossimo elemento da inserire (inizialmente 0)
- ⇒ num. di elementi contenuti nella coda: $n = (t \geq h ? t - h : t - h + \text{dim})$
- coda vuota: $t == h$
 - coda piena: $\text{succ}(t) == h$
- ⇒ massimo numero di elementi contenuti nella coda: $\text{dim} - 1$

N.B.: dim elementi sempre allocati.

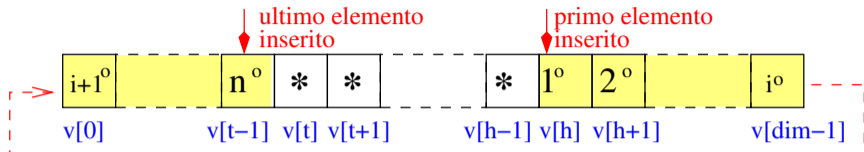
Implementazione di una coda mediante array



- **Idea:** **buffer circolare:** $\text{succ}(i) == (i+1) \% \text{dim}$
 - **Dati:** due interi h, t e un array v di dim elementi di tipo T
 - v allocato staticamente o dinamicamente
 - h indice del più vecchio elemento inserito (inizialmente 0)
 - t indice del prossimo elemento da inserire (inizialmente 0)
- ⇒ num. di elementi contenuti nella coda: $n = (t \geq h ? t - h : t - h + \text{dim})$
- coda vuota: $t == h$
 - coda piena: $\text{succ}(t) == h$
- ⇒ massimo numero di elementi contenuti nella coda: $dim - 1$

N.B.: dim elementi sempre allocati.

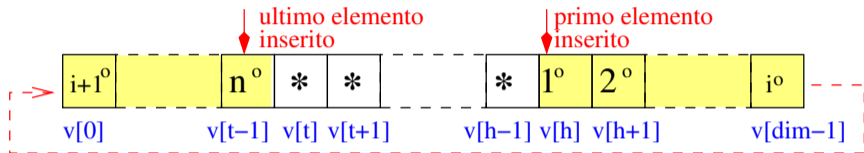
Implementazione di una coda mediante array



- **Idea:** **buffer circolare:** $\text{succ}(i) == (i+1) \% \text{dim}$
 - **Dati:** due interi h, t e un array v di dim elementi di tipo T
 - v allocato staticamente o dinamicamente
 - h indice del più vecchio elemento inserito (inizialmente 0)
 - t indice del prossimo elemento da inserire (inizialmente 0)
- ⇒ num. di elementi contenuti nella coda: $n = (t \geq h ? t - h : t - h + \text{dim})$
- coda vuota: $t == h$
 - coda piena: $\text{succ}(t) == h$
- ⇒ massimo numero di elementi contenuti nella coda: $\text{dim} - 1$

N.B.: dim elementi sempre allocati.

Implementazione di una coda mediante array II



● Funzionalità:

- `init()`: pone $h=t=0$ (alloca v se allocazione dinamica)
- `enqueue(T)`: inserisce l'elemento in $v[t]$, "incrementa" t ($t=\text{succ}(t)$)
- `dequeue()`: "incrementa" h
- `first(T &)`: restituisce $v[h]$
- `deinit()`: dealloca v se allocazione dinamica

Esempi su code di interi

- **semplice coda di interi come struct:**

```
{  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_queue.h  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_queue.cc  
  STACK_QUEUE_ARRAY/struct_queue_main.cc  
}
```

Esercizi proposti

Vedere file `ESERCIZI_PROPOSTI.txt`

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

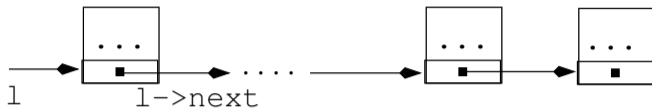
2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- **Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)**
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Liste Concatenate



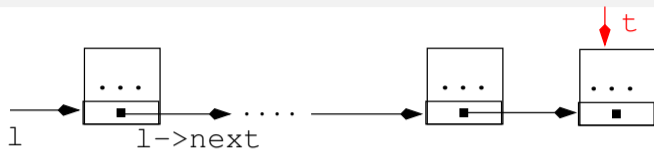
- (Nella sua versione più semplice) una **lista concatenata** l di oggetti di tipo T è definita come segue:
 - l è un puntatore `NULL` (lista vuota) oppure
 - l è un puntatore ad un nodo (struct) contenente:
 - un campo `value` di tipo T
 - un campo `next` di tipo lista concatenata

```
struct node;  
typedef struct node * lista;  
struct node { T value; lista next; };
```

- Opzionalmente, possono esserci puntatori ad altri elementi

Una lista concatenata è una struttura dati dinamica, la cui struttura si evolve con l'immissione e estrazione di elementi.

Liste Concatenate



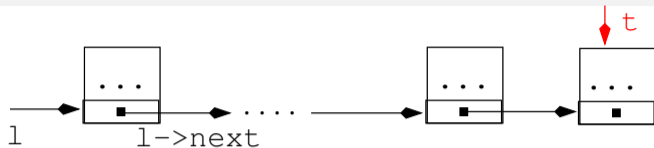
- (Nella sua versione più semplice) una **lista concatenata** l di oggetti di tipo T è definita come segue:
 - l è un puntatore `NULL` (lista vuota) oppure
 - l è un puntatore ad un nodo (struct) contenente:
 - un campo `value` di tipo T
 - un campo `next` di tipo lista concatenata

```
struct node;  
typedef struct node * lista;  
struct node { T value; lista next; };
```

- Opzionalmente, possono esserci puntatori ad altri elementi

Una lista concatenata è una **struttura dati dinamica**, la cui struttura si evolve con l'immissione e estrazione di elementi.

Liste Concatenate



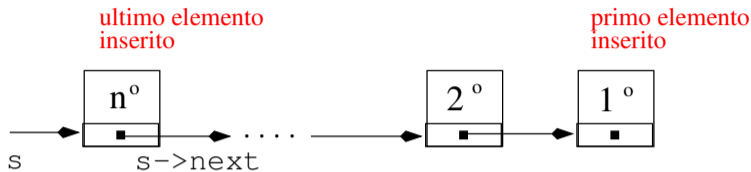
- (Nella sua versione più semplice) una **lista concatenata** l di oggetti di tipo T è definita come segue:
 - l è un puntatore `NULL` (lista vuota) oppure
 - l è un puntatore ad un nodo (struct) contenente:
 - un campo `value` di tipo T
 - un campo `next` di tipo lista concatenata

```
struct node;  
typedef struct node * lista;  
struct node { T value; lista next; };
```

- Opzionalmente, possono esserci puntatori ad altri elementi

Una lista concatenata è una **struttura dati dinamica**, la cui struttura si evolve con l'immissione e estrazione di elementi.

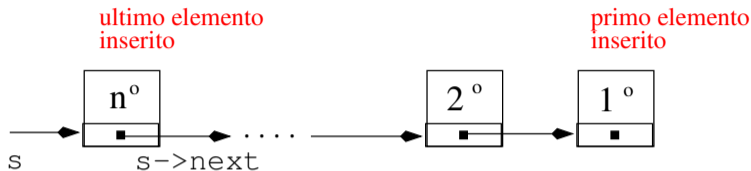
Implementazione di una pila come lista concatenata



- **Dati:** una lista concatenata s di n elementi
 - s punta all'ultimo elemento inserito nella pila (inizialmente NULL)
 - [Opzionalmente un intero n con il numero di elementi nella lista]
 - l'ultimo elemento della lista contiene il primo elemento inserito.
 - pila vuota: $s == \text{NULL}$
 - pila piena: `out of memory`
- ⇒ numero di elementi contenuti nella pila limitato dalla memoria

N.B.: allocati solo gli n nodi necessari a contenere gli elementi

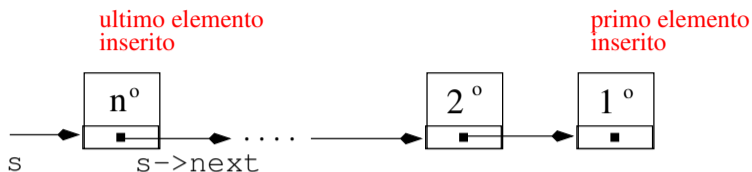
Implementazione di una pila come lista concatenata



- **Dati:** una lista concatenata s di n elementi
 - s punta all'ultimo elemento inserito nella pila (inizialmente NULL)
 - [Opzionalmente un intero n con il numero di elementi nella lista]
 - l'ultimo elemento della lista contiene il primo elemento inserito.
 - pila vuota: $s == \text{NULL}$
 - pila piena: `out of memory`
- ⇒ numero di elementi contenuti nella pila limitato dalla memoria

N.B.: allocati solo gli n nodi necessari a contenere gli elementi

Implementazione di una pila come lista concatenata II



● Funzionalità:

- `init()`: pone `s=NULL`
- `push(T)`:
 1. alloca un nuovo nodo ad un puntatore `tmp`
 2. copia l'elemento in `tmp->value`
 3. assegna `tmp->next=s`, e `s=tmp`
- `pop()`:
 1. fa puntare un nuovo puntatore `first` al primo nodo: `first=s`
 2. `s` aggira il primo nodo: `s=s->next`
 3. dealloca (l'ex) primo nodo: `delete first`
- `top(T &)`: restituisce `s->value`
- `deinit()`: ripete `pop()` finché la pila non è vuota

Esempi su pile di interi

- semplice stack di interi come struct:

```
{  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack.h  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack.cc  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack_main.cc  
}
```

- uso di stack per invertire l'ordine:

```
{  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack.h  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack.cc  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_reverse_main.cc  
}
```

N.B. I “main” e gli header delle funzioni identici a quelli in `STACK_QUEUE_ARRAY` \implies **Tipo di Dato Astratto**

Esempi su pile di interi

- semplice stack di interi come struct:

```
{  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack.h  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack.cc  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack_main.cc  
}
```

- uso di stack per invertire l'ordine:

```
{  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack.h  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_stack.cc  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_reverse_main.cc  
}
```

N.B. I “main” e gli header delle funzioni identici a quelli in `STACK_QUEUE_ARRAY` \implies **Tipo di Dato Astratto**

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- **Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)**
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Implementazione di una coda come lista concatenata



- **Dati:** una lista concatenata h di n elementi di tipo T , un puntatore t all'ultimo elemento
 - h punta al primo elemento inserito nella coda (inizialmente NULL)
 - t punta all'ultimo elemento inserito nella coda
 - [Opzionalmente un intero n con il numero di elementi nella lista]
 - coda vuota: $h == \text{NULL}$
 - coda piena: *out of memory*
- ⇒ numero di elementi contenuti nella coda limitato dalla memoria

N.B.: allocati solo gli n nodi necessari a contenere gli elementi

Implementazione di una coda come lista concatenata



- **Dati:** una lista concatenata h di n elementi di tipo T , un puntatore t all'ultimo elemento
 - h punta al primo elemento inserito nella coda (inizialmente NULL)
 - t punta all'ultimo elemento inserito nella coda
 - [Opzionalmente un intero n con il numero di elementi nella lista]
 - coda vuota: $h == \text{NULL}$
 - coda piena: *out of memory*
- ⇒ numero di elementi contenuti nella coda limitato dalla memoria

N.B.: allocati solo gli n nodi necessari a contenere gli elementi

Implementazione di una coda come lista conc. II



● Funzionalità:

- `init()`: pone `h=NULL`
- `enqueue(T)`:
 1. alloca un nuovo nodo ad un puntatore `tmp`
 2. copia l'elemento in `tmp->value` e pone `tmp->next=NULL`
 3. (se coda non vuota) assegna `t->next=tmp`, e `t=tmp`
(se coda vuota) assegna `h=tmp`, e `t=tmp`
- `dequeue()`: come `pop()` della pila con il puntatore `h`
- `first(T &)`: come `top()` della pila con il puntatore `h`
- `deinit()`: ripete `dequeue()` finché la coda non è vuota

Esempi su code di interi

- semplice queue di interi come struct:

```
{  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_queue.h  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_queue.cc  
  STACK_QUEUE_PUNT/struct_queue_main.cc  
}
```

N.B. I “main” e gli header delle funzioni identici a quelli in `STACK_QUEUE_ARRAY` \implies **Tipo di Dato Astratto**

Esercizi proposti

Vedere file `ESERCIZI_PROPOSTI.txt`

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- **Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)**
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

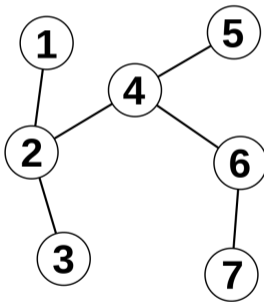
3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Alberi (Teoria dei grafi)

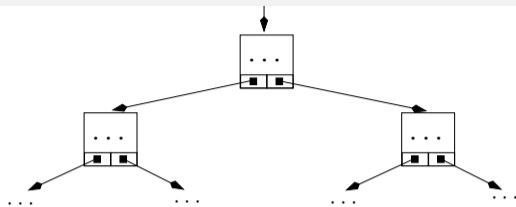
In teoria dei grafi un **albero** è un grafo non orientato nel quale due vertici qualsiasi sono connessi da uno e un solo cammino

- grafo **non orientato**, **connesso** e **privo di cicli**.



“Tree: a connected graph without cycles”

Alberi binari



- (Nella sua versione più semplice) un **albero binario** t di oggetti di tipo T è definito come segue:
 - t è un puntatore `NULL` (albero vuoto) oppure
 - t è un puntatore ad un nodo (struct) contenente:
 - un campo `value` di tipo T
 - due campi `left` `right` di tipo albero

```
struct node;  
typedef struct node * albero;  
struct node { T value; albero left, right; };
```

Un albero binario è una **struttura dati dinamica**.

Alberi binari: terminologia

- i sottoalberi (possibilmente vuoti) di un nodo N sono detti **sottoalbero sinistro** e **sottoalbero destro** di N
- Se un nodo N punta nell'ordine a due (eventuali) nodi N_1, N_2
 - N_1 e N_2 sono detti rispettivamente **figlio sinistro** e **figlio destro** di N
 - N è detto **nodo padre** di N_1 e N_2
- in un albero binario ci possono essere tre tipi di nodi:
 - il **nodo radice**, che non ha padre
 - i **nodi foglia**, che non hanno figli
 - i **nodi intermedi**, che hanno padre e almeno un figlio
- Una catena di nodi dalla radice a una foglia è detta **ramo**
 - il numero di nodi in un ramo è detto **lunghezza** del ramo
 - la massima lunghezza di un ramo è detta **altezza** dell'albero
 - l'altezza di un albero binario di N elementi è $h \in [\lceil \log_2(N+1) \rceil, N]$
- Un albero binario di N elementi è **bilanciato** se la sua altezza è $h = \lceil \log_2(N+1) \rceil$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h o $h-1$
- Un albero binario di N elementi è **completo** se la sua altezza è tale che $N = 2^h - 1$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h

Alberi binari: terminologia

- i sottoalberi (possibilmente vuoti) di un nodo N sono detti **sottoalbero sinistro** e **sottoalbero destro** di N
- Se un nodo N punta nell'ordine a due (eventuali) nodi N_1, N_2
 - N_1 e N_2 sono detti rispettivamente **figlio sinistro** e **figlio destro** di N
 - N è detto **nodo padre** di N_1 e N_2
- in un albero binario ci possono essere tre tipi di nodi:
 - il **nodo radice**, che non ha padre
 - i **nodi foglia**, che non hanno figli
 - i **nodi intermedi**, che hanno padre e almeno un figlio
- Una catena di nodi dalla radice a una foglia è detta **ramo**
 - il numero di nodi in un ramo è detto **lunghezza** del ramo
 - la massima lunghezza di un ramo è detta **altezza** dell'albero
 - l'altezza di un albero binario di N elementi è $h \in [\lceil \log_2(N+1) \rceil, N]$
- Un albero binario di N elementi è **bilanciato** se la sua altezza è $h = \lceil \log_2(N+1) \rceil$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h o $h-1$
- Un albero binario di N elementi è **completo** se la sua altezza è tale che $N = 2^h - 1$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h

Alberi binari: terminologia

- i sottoalberi (possibilmente vuoti) di un nodo N sono detti **sottoalbero sinistro** e **sottoalbero destro** di N
- Se un nodo N punta nell'ordine a due (eventuali) nodi N_1, N_2
 - N_1 e N_2 sono detti rispettivamente **figlio sinistro** e **figlio destro** di N
 - N è detto **nodo padre** di N_1 e N_2
- in un albero binario ci possono essere tre tipi di nodi:
 - il **nodo radice**, che non ha padre
 - i **nodi foglia**, che non hanno figli
 - i **nodi intermedi**, che hanno padre e almeno un figlio
- Una catena di nodi dalla radice a una foglia è detta **ramo**
 - il numero di nodi in un ramo è detto **lunghezza** del ramo
 - la massima lunghezza di un ramo è detta **altezza** dell'albero
 - l'altezza di un albero binario di N elementi è $h \in [\lceil \log_2(N+1) \rceil, N]$
- Un albero binario di N elementi è **bilanciato** se la sua altezza è $h = \lceil \log_2(N+1) \rceil$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h o $h-1$
- Un albero binario di N elementi è **completo** se la sua altezza è tale che $N = 2^h - 1$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h

Alberi binari: terminologia

- i sottoalberi (possibilmente vuoti) di un nodo N sono detti **sottoalbero sinistro** e **sottoalbero destro** di N
- Se un nodo N punta nell'ordine a due (eventuali) nodi N_1, N_2
 - N_1 e N_2 sono detti rispettivamente **figlio sinistro** e **figlio destro** di N
 - N è detto **nodo padre** di N_1 e N_2
- in un albero binario ci possono essere tre tipi di nodi:
 - il **nodo radice**, che non ha padre
 - i **nodi foglia**, che non hanno figli
 - i **nodi intermedi**, che hanno padre e almeno un figlio
- Una catena di nodi dalla radice a una foglia è detta **ramo**
 - il numero di nodi in un ramo è detto **lunghezza** del ramo
 - la massima lunghezza di un ramo è detta **altezza** dell'albero
 - l'altezza di un albero binario di N elementi è $h \in [\lceil \log_2(N + 1) \rceil, N]$
- Un albero binario di N elementi è **bilanciato** se la sua altezza è $h = \lceil \log_2(N + 1) \rceil$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h o $h-1$
- Un albero binario di N elementi è **completo** se la sua altezza è tale che $N = 2^h - 1$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h

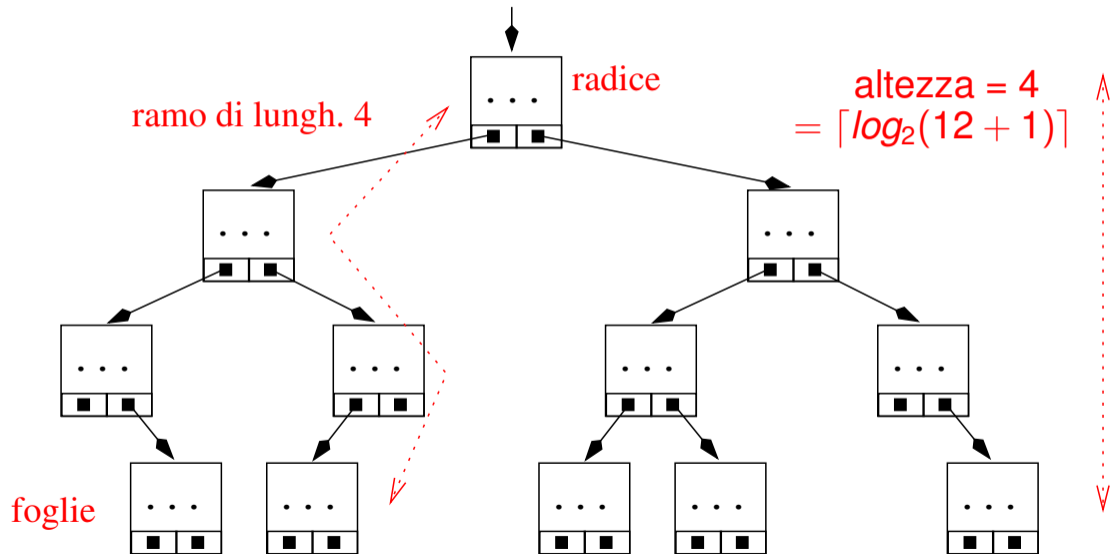
Alberi binari: terminologia

- i sottoalberi (possibilmente vuoti) di un nodo N sono detti **sottoalbero sinistro** e **sottoalbero destro** di N
- Se un nodo N punta nell'ordine a due (eventuali) nodi N_1, N_2
 - N_1 e N_2 sono detti rispettivamente **figlio sinistro** e **figlio destro** di N
 - N è detto **nodo padre** di N_1 e N_2
- in un albero binario ci possono essere tre tipi di nodi:
 - il **nodo radice**, che non ha padre
 - i **nodi foglia**, che non hanno figli
 - i **nodi intermedi**, che hanno padre e almeno un figlio
- Una catena di nodi dalla radice a una foglia è detta **ramo**
 - il numero di nodi in un ramo è detto **lunghezza** del ramo
 - la massima lunghezza di un ramo è detta **altezza** dell'albero
 - l'altezza di un albero binario di N elementi è $h \in [\lceil \log_2(N+1) \rceil, N]$
- Un albero binario di N elementi è **bilanciato** se la sua altezza è $h = \lceil \log_2(N+1) \rceil$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h o $h-1$
- Un albero binario di N elementi è **completo** se la sua altezza è tale che $N = 2^h - 1$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h

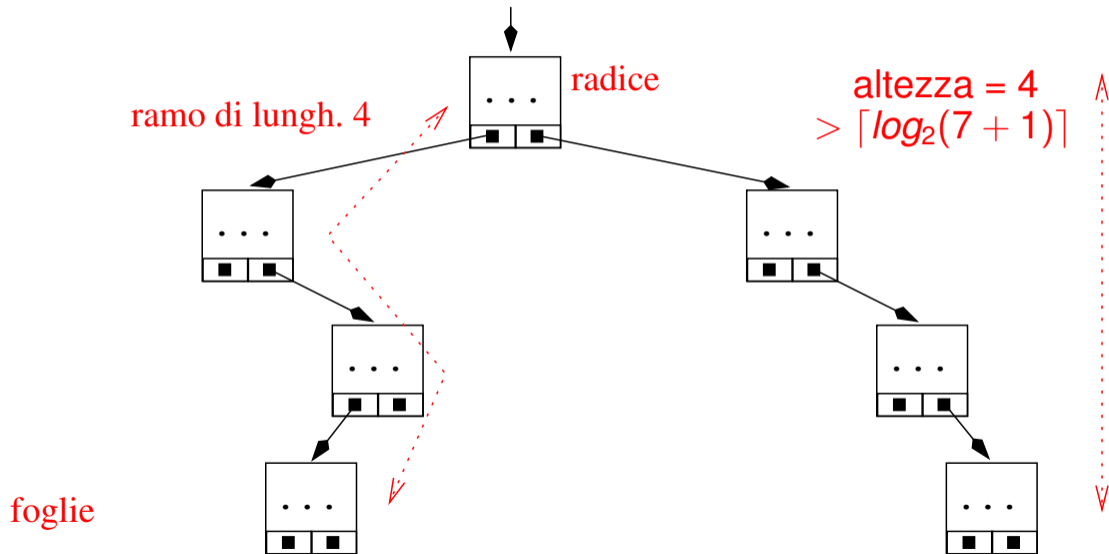
Alberi binari: terminologia

- i sottoalberi (possibilmente vuoti) di un nodo N sono detti **sottoalbero sinistro** e **sottoalbero destro** di N
- Se un nodo N punta nell'ordine a due (eventuali) nodi N_1, N_2
 - N_1 e N_2 sono detti rispettivamente **figlio sinistro** e **figlio destro** di N
 - N è detto **nodo padre** di N_1 e N_2
- in un albero binario ci possono essere tre tipi di nodi:
 - il **nodo radice**, che non ha padre
 - i **nodi foglia**, che non hanno figli
 - i **nodi intermedi**, che hanno padre e almeno un figlio
- Una catena di nodi dalla radice a una foglia è detta **ramo**
 - il numero di nodi in un ramo è detto **lunghezza** del ramo
 - la massima lunghezza di un ramo è detta **altezza** dell'albero
 - l'altezza di un albero binario di N elementi è $h \in [\lceil \log_2(N+1) \rceil, N]$
- Un albero binario di N elementi è **bilanciato** se la sua altezza è $h = \lceil \log_2(N+1) \rceil$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h o $h-1$
- Un albero binario di N elementi è **completo** se la sua altezza è tale che $N = 2^h - 1$
 \implies tutti i rami hanno lunghezza h

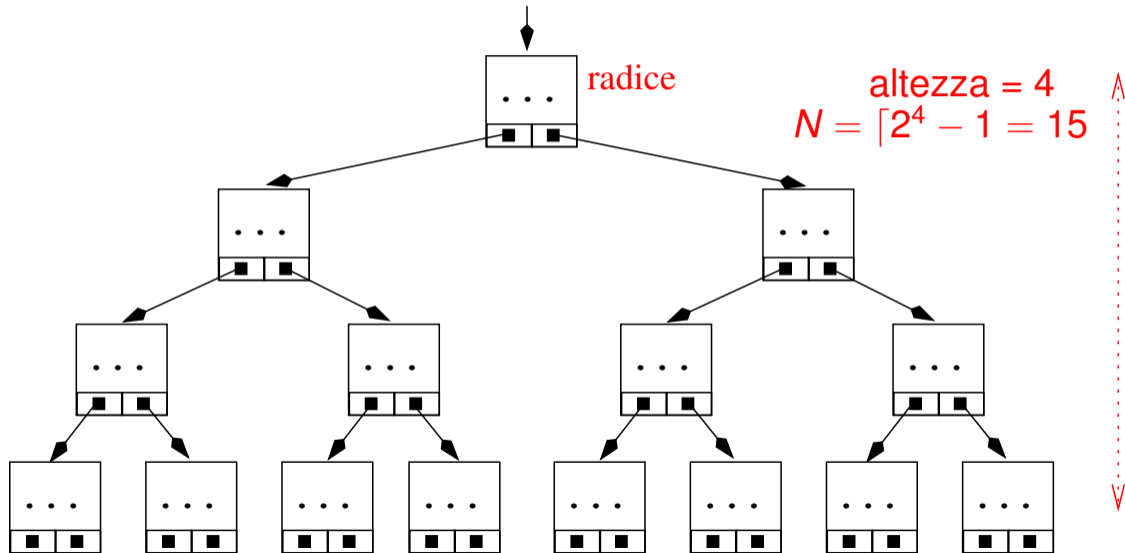
Esempio: albero binario bilanciato



Esempio: albero binario non bilanciato



Esempio: albero binario completo



Esempio: albero binario completo (2)



Albero di ricerca binaria

- Un albero di ricerca binaria è una struttura dati utile a mantenere **dati ordinati**.
- Assumiamo una relazione di ordine totale di precedenza " \preceq " tra gli elementi \mathbb{T}
 - Es: ordine numerico, ordine alfabetico del campo "cognome", ecc.
- Un albero binario è un **albero di ricerca binaria** se ogni nodo N dell'albero verifica la seguente proprietà:
 - tutti i nodi del sottoalbero di sinistra precedono strettamente N
 - tutti i nodi del sottoalbero di destra sono preceduti da N(è possibile invertire lo "strettamente" tra sinistra e destra)

Nota: in alcuni casi non è previsto che ci possano essere due valori uguali nel valore valutato dalla relazione di precedenza (**valore chiave**)

Albero di ricerca binaria

- Un albero di ricerca binaria è una struttura dati utile a mantenere **dati ordinati**.
- Assumiamo una relazione di ordine totale di precedenza " \preceq " tra gli elementi \mathbb{T}
 - Es: ordine numerico, ordine alfabetico del campo "cognome", ecc.
- Un albero binario è un **albero di ricerca binaria** se ogni nodo N dell'albero verifica la seguente proprietà:
 - tutti i nodi del sottoalbero di sinistra precedono strettamente N
 - tutti i nodi del sottoalbero di destra sono preceduti da N(è possibile invertire lo "strettamente" tra sinistra e destra)

Nota: in alcuni casi non è previsto che ci possano essere due valori uguali nel valore valutato dalla relazione di precedenza (**valore chiave**)

Albero di ricerca binaria

- Un albero di ricerca binaria è una struttura dati utile a mantenere **dati ordinati**.
- Assumiamo una relazione di ordine totale di precedenza " \preceq " tra gli elementi T
 - Es: ordine numerico, ordine alfabetico del campo "cognome", ecc.
- Un albero binario è un **albero di ricerca binaria** se ogni nodo N dell'albero verifica la seguente proprietà:
 - tutti i nodi del sottoalbero di sinistra precedono strettamente N
 - tutti i nodi del sottoalbero di destra sono preceduti da N(è possibile invertire lo "strettamente" tra sinistra e destra)

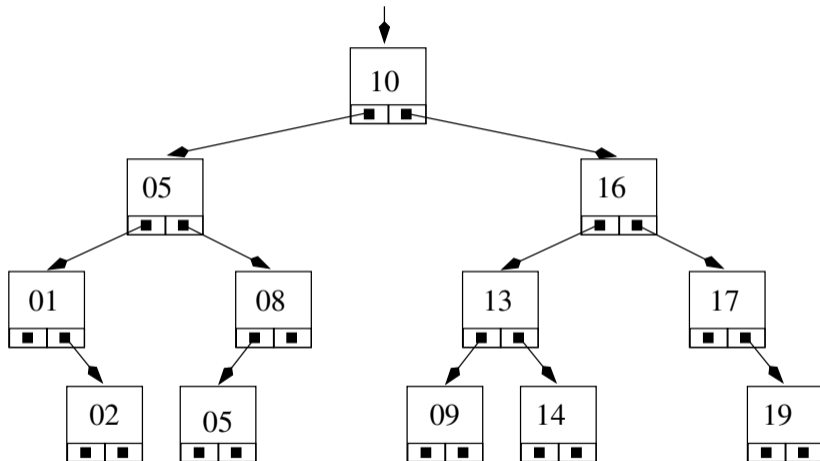
Nota: in alcuni casi non è previsto che ci possano essere due valori uguali nel valore valutato dalla relazione di precedenza (**valore chiave**)

Albero di ricerca binaria

- Un albero di ricerca binaria è una struttura dati utile a mantenere **dati ordinati**.
- Assumiamo una relazione di ordine totale di precedenza “ \preceq ” tra gli elementi T
 - Es: ordine numerico, ordine alfabetico del campo “cognome”, ecc.
- Un albero binario è un **albero di ricerca binaria** se ogni nodo N dell'albero verifica la seguente proprietà:
 - tutti i nodi del sottoalbero di sinistra precedono strettamente N
 - tutti i nodi del sottoalbero di destra sono preceduti da N(è possibile invertire lo “strettamente” tra sinistra e destra)

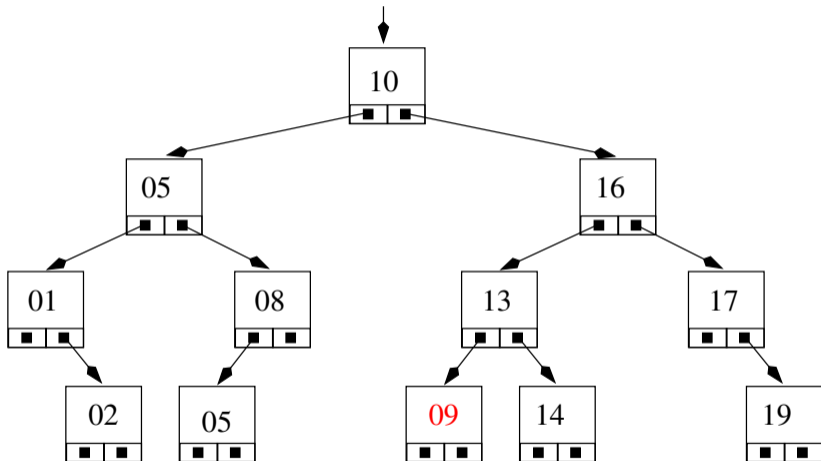
Nota: in alcuni casi non è previsto che ci possano essere due valori uguali nel valore valutato dalla relazione di precedenza (**valore chiave**)

Esempio: albero di ricerca binaria



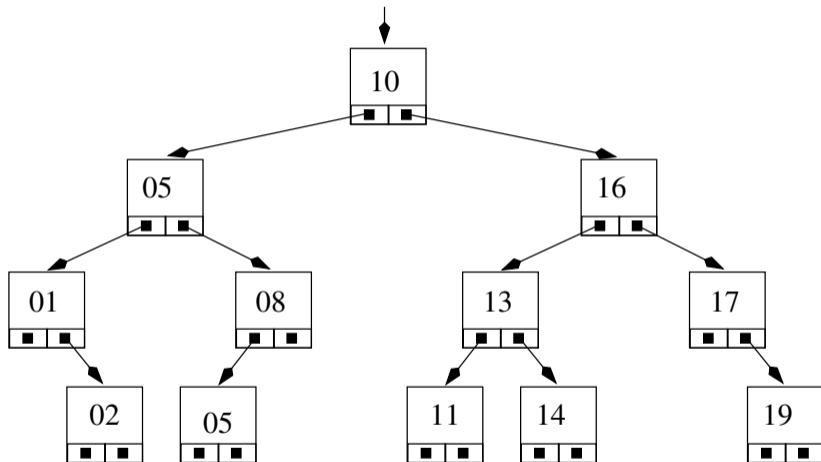
- Questo è un albero di ricerca binaria?
- No, 09 non può stare nel sottoalbero di destra di 10

Esempio: albero di ricerca binaria



- Questo è un albero di ricerca binaria?
- **No**, 09 non può stare nel sottoalbero di destra di 10

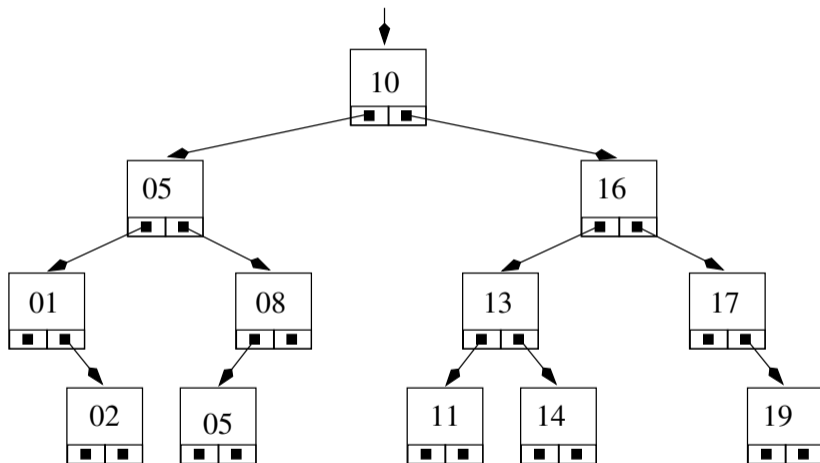
Esempio: albero di ricerca binaria



● Questo è un albero di ricerca binaria?

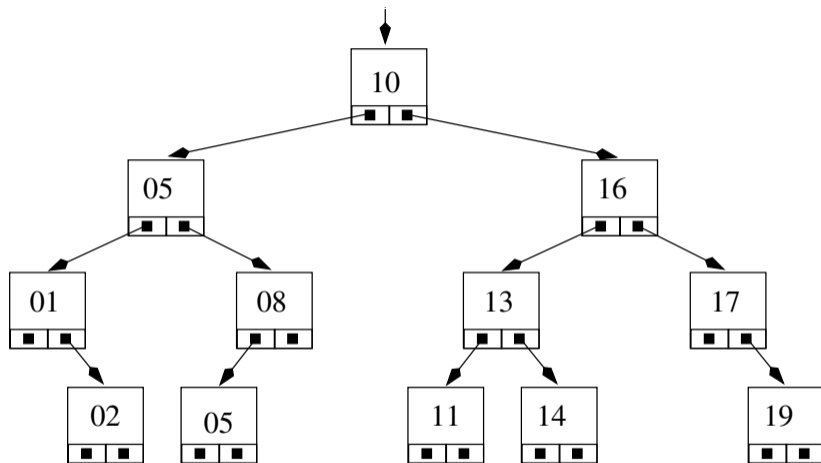
● Sì

Esempio: albero di ricerca binaria



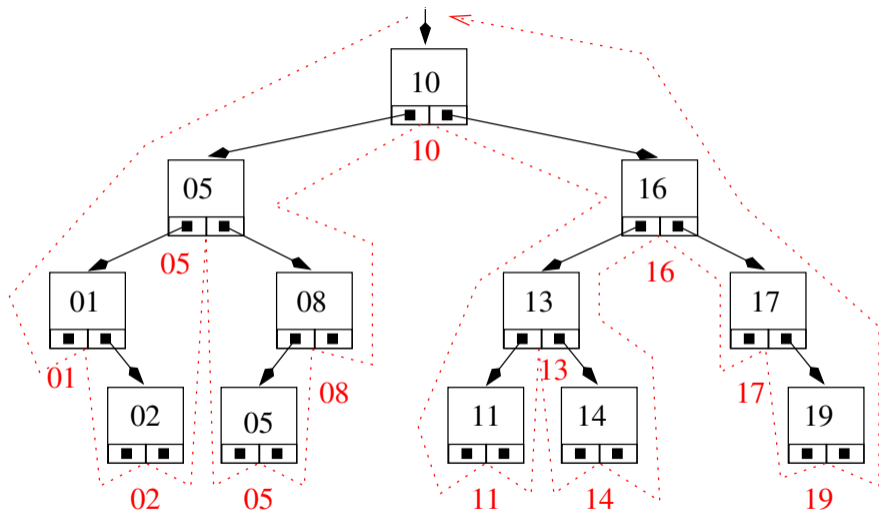
- Questo è un albero di ricerca binaria?
- Sì

Esempio: Visita ordinata di un albero di ricerca binaria



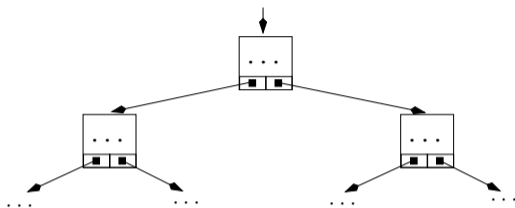
- Visita: 01, 02, 05, 05, 08, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19 \implies ordinati!

Esempio: Visita ordinata di un albero di ricerca binaria



- Visita: 01, 02, 05, 05, 08, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19 \implies ordinati!

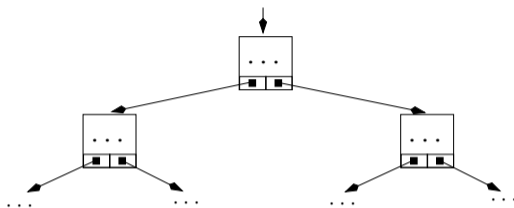
Implementazione di un albero di ricerca binaria



- **Dati:** un albero di ricerca binaria t
 - t punta al primo elemento inserito nell'albero (inizialmente NULL)
 - albero vuoto: $t == \text{NULL}$
 - albero pieno: `out of memory`
- ⇒ numero di elementi contenuti nell'albero limitato solo dalla memoria

N.B.: allocati solo gli n nodi necessari a contenere gli elementi

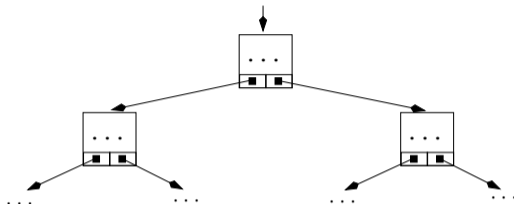
Implementazione di un albero di ricerca binaria



- **Dati:** un albero di ricerca binaria t
 - t punta al primo elemento inserito nell'albero (inizialmente NULL)
 - albero vuoto: $t == \text{NULL}$
 - albero pieno: `out of memory`
- ⇒ numero di elementi contenuti nell'albero limitato solo dalla memoria

N.B.: allocati solo gli n nodi necessari a contenere gli elementi

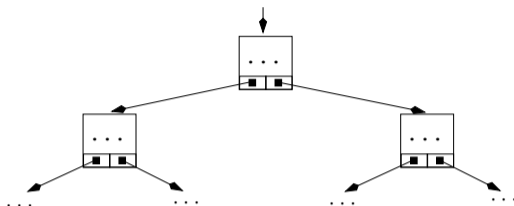
Implementazione di un albero di ricerca binaria II



- **Funzionalità:**

- `init`: pone `t=NULL`
- `search` (cerca un elemento `val` in `t`):
 1. se `t == NULL`, restituisce `NULL`
 2. se `val == t->value`, restituisce `t`
 3. se `val < t->value`, cerca ricorsivamente in `t->left`
 4. se `val > t->value`, cerca ricorsivamente in `t->right`
- ...

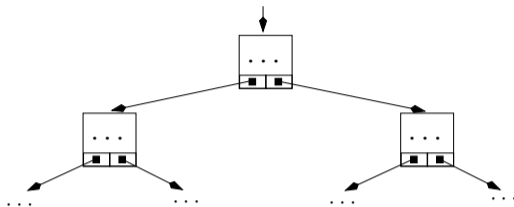
Implementazione di un albero di ricerca binaria III



● Funzionalità:

- ...
- `insert` (inserisce un elemento `val` in `t`):
 1. se `t` è vuoto, `t == NULL`:
 - crea un nuovo nodo per il puntatore `tmp`
 - pone `tmp->value=val`, `tmp->left=NULL`, `tmp->right=NULL`,
 - pone `t=tmp`
 2. se `val < t->value`, inserisci ricorsivamente in `t->left`
 3. se `val >=t->value`, inserisci ricorsivamente in `t->right`
- ...

Implementazione di un albero di ricerca binaria III



- **Funzionalità:**

- ...
- `print` (stampa in modo ordinato l'albero `t`): Se l'albero non è vuoto
 - stampa ricorsivamente il sottoalbero sinistro `t->left`
 - stampa il contenuto del nodo puntato da `t`: `t->value`
 - stampa ricorsivamente il sottoalbero destro `t->right`
- `deinit`: se l'albero non è vuoto:
 - applica ricorsivamente `deinit` ai sottoalberi sinistro `t->left` e destro `t->right`
 - applica `delete` al nodo puntato da `t`
- [`remove` non analizzata qui]

Esempi su alberi di ricerca binaria su interi

- **albero di interi:**

`TREE/tree.h`
`TREE/tree.cc`
`TREE/tree_main.cc`

- variante della precedente:

`TREE/tree1.h`
`TREE/tree1.cc`
`TREE/tree1_main.cc`

Esempi su alberi di ricerca binaria su interi

- **albero di interi:**

$\left\{ \begin{array}{l} \text{TREE/tree.h} \\ \text{TREE/tree.cc} \\ \text{TREE/tree_main.cc} \end{array} \right\}$

- **variante della precedente:**

$\left\{ \begin{array}{l} \text{TREE/tree1.h} \\ \text{TREE/tree1.cc} \\ \text{TREE/tree1_main.cc} \end{array} \right\}$

Esempi su alberi di ricerca binaria su tipi generici

- albero di qualsiasi tipo si voglia:

```
{ MODULAR_TREE/tree.h  
  MODULAR_TREE/tree.cc  
  MODULAR_TREE/tree_main.cc }
```

Esercizi proposti

Vedere file `ESERCIZI_PROPOSTI.txt`

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- **Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)**

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Implementazione di un albero binario tramite array

- **Dati:** un array v di dim elementi di tipo t
 - un (sotto)albero è dato da un puntatore a v e un indice i

```
struct tree { T * v; int i; };
```
 - v allocato dinamicamente
 - l'elemento radice è in $v[0]$
 - se un elemento è in posizione $v[i]$, i suoi due figli sono in posizione $v[2*i+1]$ e $v[2*i+2]$
 - necessaria una nozione ausiliaria di “elemento vuoto”
- **Funzionalità:** come nell'implementazione precedente, cambia solo la nozione di figlio sinistro/destro

N.B.: allocati dim nodi \implies efficace solo se ben bilanciato

Implementazione di un albero binario tramite array

- **Dati:** un array v di dim elementi di tipo t
 - un (sotto)albero è dato da un puntatore a v e un indice i

```
struct tree { T * v; int i; };
```
 - v allocato dinamicamente
 - l'elemento radice è in $v[0]$
 - se un elemento è in posizione $v[i]$, i suoi due figli sono in posizione $v[2*i+1]$ e $v[2*i+2]$
 - necessaria una nozione ausiliaria di “elemento vuoto”
- **Funzionalità:** come nell'implementazione precedente, cambia solo la nozione di figlio sinistro/destro

N.B.: allocati dim nodi \implies efficace solo se ben bilanciato

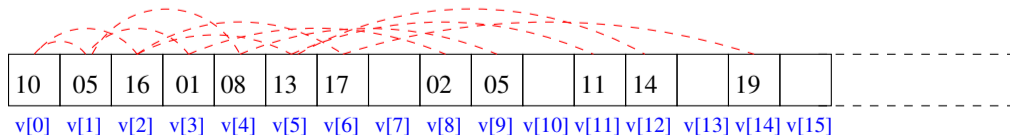
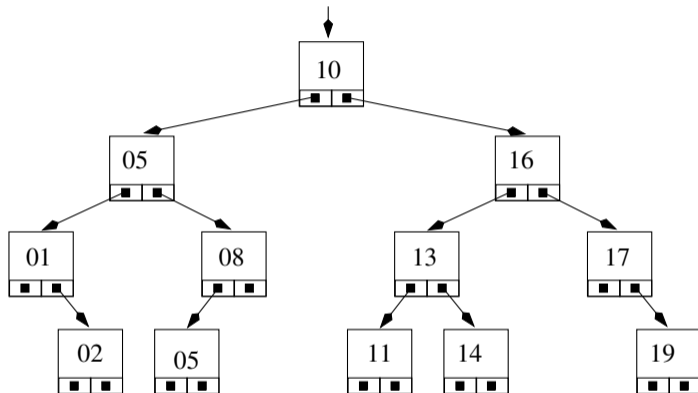
Implementazione di un albero binario tramite array

- **Dati:** un array v di \dim elementi di tipo t
 - un (sotto)albero è dato da un puntatore a v e un indice i

```
struct tree { T * v; int i; };
```
 - v allocato dinamicamente
 - l'elemento radice è in $v[0]$
 - se un elemento è in posizione $v[i]$, i suoi due figli sono in posizione $v[2*i+1]$ e $v[2*i+2]$
 - necessaria una nozione ausiliaria di “elemento vuoto”
- **Funzionalità:** come nell'implementazione precedente, cambia solo la nozione di figlio sinistro/destro

N.B.: allocati \dim nodi \implies efficace solo se ben bilanciato

Implementazione di un albero binario tramite array II



Esempi su alberi di interi

- albero di interi:

```
{ TREE_ARRAY/tree.h  
  TREE_ARRAY/tree.cc  
  TREE_ARRAY/tree_main.cc }
```

N.B. Il “main” e gli header delle funzioni identici a quelli in TREE \implies Tipo di Dato Astratto

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- **Calcolatrice RPN**
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Esempio di uso di Pile: Calcolatrice RPN

- Il metodo di calcolo **Reverse Polish Notation (RPN)** funziona postponendo l'operatore ai due operandi

$$34 * 3 \implies 34 \ 3 \ *$$

- permette di effettuare complicate concatenazioni di conti senza usare parentesi:

$$(34 * 3) / (31 - 5) + (21+3) / (24-12)$$

\implies

$$34 \ 3 \ * \ 31 \ 5 \ - \ / \ 21 \ 3 \ + \ 24 \ 12 \ - \ / \ +$$

- Una calcolatrice RPN funziona le modo seguente:
 - se viene immesso un operando, lo mette in uno stack di operandi
 - se viene immesso un operatore (binario) op :
 1. vengono prelevati dallo stack gli ultimi due operandi $op1$ e $op2$
 2. viene applicato l'operatore op a $op2$ e $op1$
 3. il risultato viene ri-immesso nello stack

Esempio di uso di Pile: Calcolatrice RPN

- Il metodo di calcolo **Reverse Polish Notation (RPN)** funziona postponendo l'operatore ai due operandi

$$34 * 3 \implies 34 3 *$$

- permette di effettuare complicate concatenazioni di conti senza usare parentesi:

$$(34 * 3) / (31 - 5) + (21+3) / (24-12)$$

\implies

$$34 3 * 31 5 - / 21 3 + 24 12 - / +$$

- Una calcolatrice RPN funziona le modo seguente:
 - se viene immesso un operando, lo mette in uno stack di operandi
 - se viene immesso un operatore (binario) op :
 1. vengono prelevati dallo stack gli ultimi due operandi $op1$ e $op2$
 2. viene applicato l'operatore op a $op2$ e $op1$
 3. il risultato viene ri-immesso nello stack

Esempio di uso di Pile: Calcolatrice RPN

- Il metodo di calcolo **Reverse Polish Notation (RPN)** funziona postponendo l'operatore ai due operandi

$$34 * 3 \implies 34 3 *$$

- permette di effettuare complicate concatenazioni di conti senza usare parentesi:

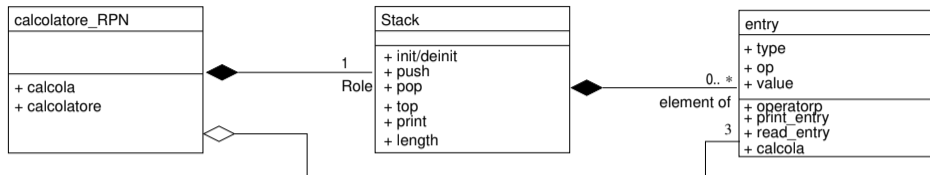
$$(34 * 3) / (31 - 5) + (21+3) / (24-12)$$

\implies

$$34 3 * 31 5 - / 21 3 + 24 12 - / +$$

- Una calcolatrice RPN funziona le modo seguente:
 - se viene immesso un operando, lo mette in uno stack di operandi
 - se viene immesso un operatore (binario) op :
 1. vengono prelevati dallo stack gli ultimi due operandi $op1$ e $op2$
 2. viene applicato l'operatore op a $op2$ e $op1$
 3. il risultato viene ri-immesso nello stack

Implementazione della Calcolatrice RPN



gestione delle entry:

```
{ CALC_RPN/entry.h }
{ CALC_RPN/entry.cc }
```

pila di entry:

```
{ CALC_RPN/stack.h }
{ CALC_RPN/stack.cc }
```

calcolatore RPN:

```
{ CALC_RPN/calcolatore_rpn.h }
{ CALC_RPN/calcolatore_rpn.cc }
```

main:

```
{ CALC_RPN/main.cc }
```

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- **Coda a Priorità**
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Esempio di uso di Code: Coda a priorità

- Una **coda a priorità** di messaggi è una struttura dati in cui
 - ogni messaggio arrivato ha una priorità in $[0..10]$
 - i messaggi vengono estratti in ordine di priorità, $0 \implies 1 \implies 2 \dots$
 - a parità di priorità vengono estratti in modo FIFO
- Realizzabile con un **array di code**, una per ogni livello di priorità :
 - un messaggio di priorità i viene inserito nella coda i -esima
 - l'estrazione avviene a partire dalla coda 0-sima: se vuota si passa alla successiva, ecc.
- Esempio: l'accettazione al Pronto Soccorso di un ospedale

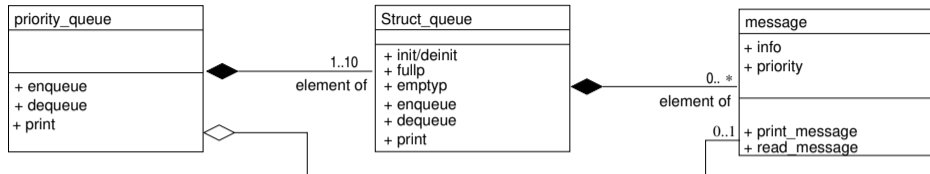
Esempio di uso di Code: Coda a priorità

- Una **coda a priorità** di messaggi è una struttura dati in cui
 - ogni messaggio arrivato ha una priorità in $[0..10]$
 - i messaggi vengono estratti in ordine di priorità, $0 \implies 1 \implies 2 \dots$
 - a parità di priorità vengono estratti in modo FIFO
- Realizzabile con un **array di code**, una per ogni livello di priorità :
 - un messaggio di priorità i viene inserito nella coda i -esima
 - l'estrazione avviene a partire dalla coda 0-sima: se vuota si passa alla successiva, ecc.
- Esempio: l'accettazione al Pronto Soccorso di un ospedale

Esempio di uso di Code: Coda a priorità

- Una **coda a priorità** di messaggi è una struttura dati in cui
 - ogni messaggio arrivato ha una priorità in $[0..10]$
 - i messaggi vengono estratti in ordine di priorità, $0 \implies 1 \implies 2 \dots$
 - a parità di priorità vengono estratti in modo FIFO
- Realizzabile con un **array di code**, una per ogni livello di priorità :
 - un messaggio di priorità i viene inserito nella coda i -esima
 - l'estrazione avviene a partire dalla coda 0-sima: se vuota si passa alla successiva, ecc.
- Esempio: l'accettazione al Pronto Soccorso di un ospedale

Implementazione della Coda a Priorità



gestione delle entità "message":

```
{ CODA_PRIORITA/message.h }
{ CODA_PRIORITA/message.cc }
```

coda di (puntatori a) messaggi:

```
{ CODA_PRIORITA/struct_queue.h }
{ CODA_PRIORITA/struct_queue.cc }
```

coda a priorità di (puntatori a) messaggi:

```
{ CODA_PRIORITA/prio_queue.h }
{ CODA_PRIORITA/prio_queue.cc }
```

main:

```
{ CODA_PRIORITA/prio_queue_main.cc }
```


Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

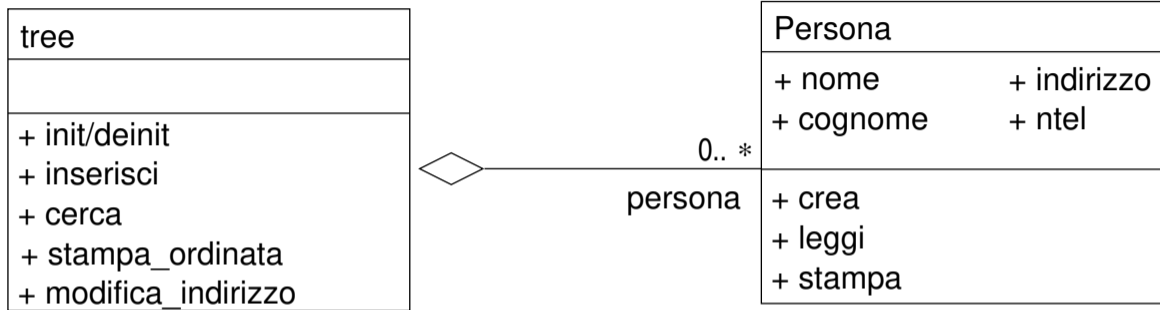
3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- **Rubbrica**
- Rubbrica Doppia
- Calcolatrice Standard

Esempio di uso di Alberi: una Rubbrica

- Una **Rubbrica** è una lista di (dati di) persone, ordinata con qualche criterio (es per cognome)
 - realizzata come un albero di ricerca binaria di TDA “persona”
 - albero ordinato per il campo “cognome”
 - importante utilizzare **puntatori** a persona:
 - ⇒ ogni copia/passaggio è il passaggio solo di un puntatore
 - per semplicità, non è possibile eliminare una persona dalla rubbrica

Implementazione della Rubbrica



gestione del TDA "persona":

```
{ RUBBRICA/persona.h }  
{ RUBBRICA/persona.cc }
```

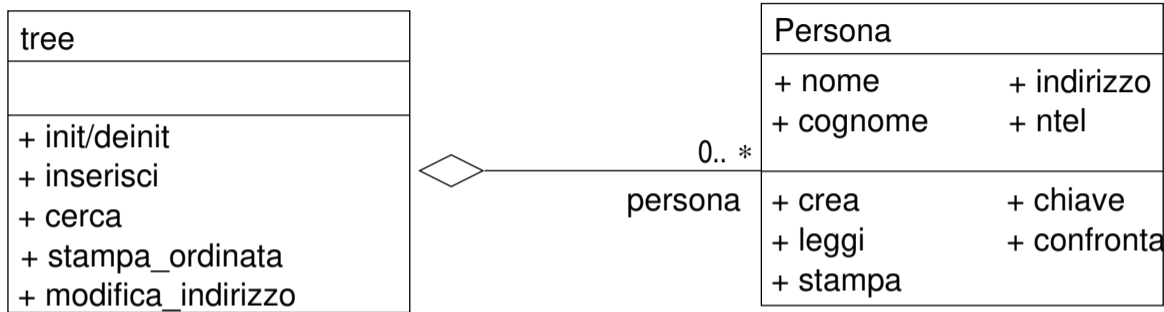
albero di puntatori a persona, ordinato per cognome:

```
{ RUBBRICA/tree.h }  
{ RUBBRICA/tree.cc }
```

main:

```
{ RUBBRICA/main.cc }
```

Implementazione della Rubbrica (“modulare”)



gestione del TDA “persona”:

```
{ MODULAR_RUBBRICA/persona.h }  
{ MODULAR_RUBBRICA/persona.cc }
```

albero di puntatori a persona, ordinato per cognome:

```
{ MODULAR_RUBBRICA/tree.h }  
{ MODULAR_RUBBRICA/tree.cc }
```

main:

```
{ MODULAR_RUBBRICA/main.cc }
```

Esercizi proposti

Vedere file `ESERCIZI_PROPOSTI.txt`

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

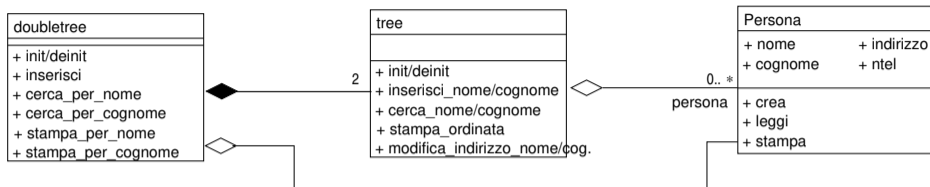
3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- **Rubbrica Doppia**
- Calcolatrice Standard

Esempio di uso di Alberi: una Rubbrica Doppia

- Una **Rubbrica Doppia** è una lista di (dati di) persone, ordinata con un doppio criterio (es per cognome e per nome)
 - realizzata come una coppia di alberi di ricerca binaria di **puntatori** al TDA “persona”
 - un albero ordinato per il campo “cognome”
 - un albero ordinato per il campo “nome”
 - importante utilizzare **puntatori** a persona:
 - \implies ogni copia/passaggio è il passaggio solo di un puntatore
 - ogni TDA persona è condiviso tra i due alberi
 - non è possibile eliminare una persona dalla rubbrica doppia

Implementazione della Rubbrica Doppia



gestione del TDA “persona”:

```
{ RUBBRICA_DOPPIA/persona.h }
{ RUBBRICA_DOPPIA/persona.cc }
```

albero di puntatori a persona, ordinato per cognome o per nome:

```
{ RUBBRICA_DOPPIA/tree.h }
{ RUBBRICA_DOPPIA/tree.cc }
```

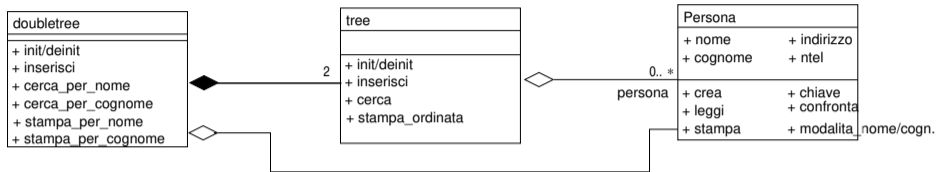
doppio albero di puntatori a persona:

```
{ RUBBRICA_DOPPIA/doubletree.h }
{ RUBBRICA_DOPPIA/doubletree.cc }
```

main:

```
{ RUBBRICA_DOPPIA/main.cc }
```


Implementazione della Rubbrica Doppia (“modulare”)



gestione del TDA “persona”:

```
{ MODULAR_RUBBRICA_DOPPIA/persona.h }
{ MODULAR_RUBBRICA_DOPPIA/persona.cc }
```

albero di puntatori a persona, ordinato per cognome o per nome:

```
{ MODULAR_RUBBRICA_DOPPIA/tree.h }
{ MODULAR_RUBBRICA_DOPPIA/tree.cc }
```

doppio albero di puntatori a persona:

```
{ MODULAR_RUBBRICA_DOPPIA/doubletree.h }
{ MODULAR_RUBBRICA_DOPPIA/doubletree.cc }
```

main:

```
{ MODULAR_RUBBRICA_DOPPIA/main.cc }
```

Outline

1 Tipo di Dato Astratto

2 Strutture Dati Astratte Importanti

- Le Pile (Realizzate Tramite Array)
- Le Code (Realizzate Tramite Array)
- Le Pile (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Le Code (Realizzate Tramite Liste Concatenate)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Grafi)
- Gli alberi Binari (Realizzati Tramite Array)

3 Esempi

- Calcolatrice RPN
- Coda a Priorità
- Rubbrica
- Rubbrica Doppia
- **Calcolatrice Standard**

Esempio di uso di Albero: Calcolatrice Standard

- Un'espressione aritmetica standard utilizza operatori (binari) infissi e parentesi:
 $((34 * 3) / (31 - 5) + (21+3) / (24-12))$
- Un'espressione aritmetica standard può essere rappresentata da un albero binario di cui
 - le foglie contengano **numeri**
 - gli altri nodi contengano **operatori**
- Un'espressione viene letta e creata ricorsivamente come segue:
 - se viene letto un numero, viene creata un'espressione foglia
 - altrimenti (viene letta una parentesi aperta):
 - viene creato un nodo intermedio
 - viene letta e creata ricorsivamente la prima espressione, e assegnata al figlio sinistro
 - viene letto l'operatore, ed inserito nel nodo
 - viene letta e creata ricorsivamente la seconda espressione, e assegnata al figlio destro
 - viene letta la parentesi chiusa

Esempio di uso di Albero: Calcolatrice Standard

- Un'espressione aritmetica standard utilizza operatori (binari) infissi e parentesi:
 $((34 * 3) / (31 - 5) + (21+3) / (24-12))$
- Un'espressione aritmetica standard può essere rappresentata da un albero binario di cui
 - le foglie contengano **numeri**
 - gli altri nodi contengano **operatori**
- Un'espressione viene letta e creata ricorsivamente come segue:
 - se viene letto un numero, viene creata un'espressione foglia
 - altrimenti (viene letta una parentesi aperta):
 - viene creato un nodo intermedio
 - viene letta e creata ricorsivamente la prima espressione, e assegnata al figlio sinistro
 - viene letto l'operatore, ed inserito nel nodo
 - viene letta e creata ricorsivamente la seconda espressione, e assegnata al figlio destro
 - viene letta la parentesi chiusa

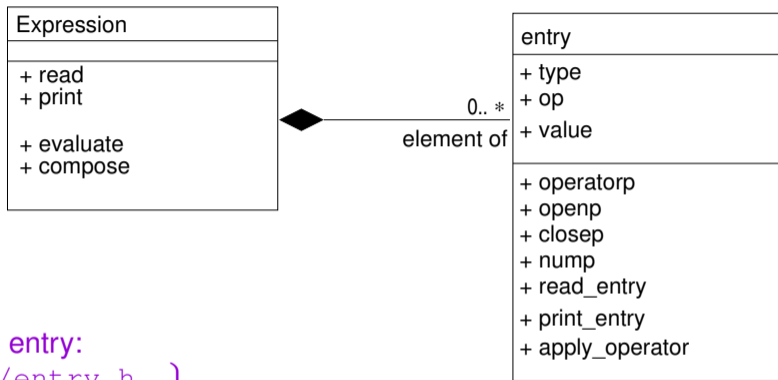
Esempio di uso di Albero: Calcolatrice Standard

- Un'espressione aritmetica standard utilizza operatori (binari) infissi e parentesi:
 $((34 * 3) / (31 - 5) + (21+3) / (24-12))$
- Un'espressione aritmetica standard può essere rappresentata da un albero binario di cui
 - le foglie contengano **numeri**
 - gli altri nodi contengano **operatori**
- Un'espressione viene letta e creata ricorsivamente come segue:
 - se viene letto un numero, viene creata un'espressione foglia
 - altrimenti (viene letta una parentesi aperta):
 - viene creato un nodo intermedio
 - viene letta e creata ricorsivamente la prima espressione, e assegnata al figlio sinistro
 - viene letto l'operatore, ed inserito nel nodo
 - viene letta e creata ricorsivamente la seconda espressione, e assegnata al figlio destro
 - viene letta la parentesi chiusa

Esempio di uso di Albero: Calcolatrice Standard II

- Un'espressione viene valutata ricorsivamente come segue:
 - se è una foglia, viene restituito il suo valore
 - altrimenti, si valutano ricorsivamente i due sottoalberi, e vi si applica l'operatore del nodo

Implementazione della Calcolatrice Standard



gestione delle entry:

```
{ CALC_STD/entry.h }
{ CALC_STD/entry.cc }
```

TDA espressione aritmetica:

```
{ CALC_STD/espressione.h }
{ CALC_STD/espressione.cc }
```

main:

```
{ CALC_STD/main.cc }
```

Esercizi proposti

Vedere file `ESERCIZI_PROPOSTI.txt`