



# Informatica Generale

Introduzione









# Gli algoritmi

- # Analisi e programmazione
- # Gli algoritmi
  - Proprietà ed esempi
  - Costanti e variabili, assegnazione, istruzioni, proposizioni e predicati
  - Vettori e matrici
  - I diagrammi a blocchi
  - Analisi strutturata
  - Gli algoritmi iterativi
  - La pseudocodifica
  - Gli algoritmi ricorsivi





# Analisi e programmazione



# Analisi e programmazione - 1

- # Tramite un elaboratore si possono risolvere problemi di varia natura: emissione di certificati anagrafici, gestione dei c/c di un istituto di credito, prenotazioni ferroviarie...
- # Il problema deve essere formulato in modo opportuno, perché sia possibile utilizzare un elaboratore per la sua soluzione
- # Per analisi e programmazione si intende l'insieme delle attività preliminari atte a risolvere problemi utilizzando un elaboratore, dalla formulazione del problema fino alla predisposizione dell'elaboratore
  - → Scopo dell'analisi ⇒ definire un algoritmo
  - → Scopo della programmazione ⇒ definire un programma



# Analisi e programmazione - 2

- # Algoritmo elenco finito di istruzioni, che specificano le operazioni eseguendo le quali si risolve una classe di problemi
  - Un problema della classe viene risolto con l'algoritmo sui dati che lo caratterizzano
  - Un algoritmo non può essere eseguito direttamente dall'elaboratore
- # Programma codifica dell'algoritmo in un linguaggio compilabile in linguaggio macchina
- # Linguaggio di programmazione linguaggio rigoroso che permette la formalizzazione di un algoritmo in un programma

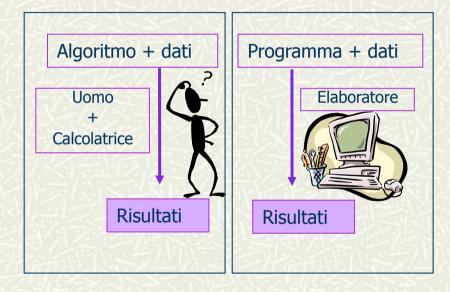


# Analisi e programmazione - 3

#### # Esempio

Problema: Effettuare un accredito su un c/c bancario

Soluzione: Utilizzare un programma che serva per predisporre il calcolatore all'accredito di una qualunque cifra su un qualunque c/c; cifra da accreditare e numero di c/c sono i dati caratteristici del problema



Analogie tra le azioni che devono essere eseguite da un operatore umano e, in modo automatico, tramite un elaboratore



#### Le fasi del procedimento di analisi e programmazione



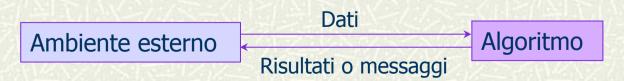


# Gli algoritmi



# Definizione di algoritmo

- # Algoritmo deriva dal nome del matematico arabo Al Khuwarizmi, vissuto nel IX secolo d.C.
- # Un algoritmo è una successione di istruzioni o passi che definiscono le operazioni da eseguire sui dati per ottenere i risultati; un algoritmo fornisce la soluzione ad una classe di problemi
- # Lo **schema di esecuzione** di un algoritmo specifica che i passi devono essere eseguiti in sequenza, salvo diversa indicazione
- # Ogni algoritmo è concepito per interagire con l'ambiente esterno per acquisire dati e comunicare messaggi o risultati; i dati su cui opera un'istruzione sono forniti dall'esterno o sono frutto di istruzioni eseguite in precedenza





### Esempio: Il gioco dell'undici

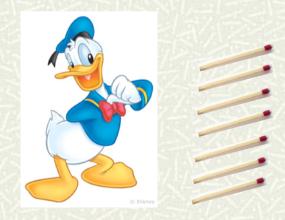
- Problema: Undici fiammiferi sono disposti su un tavolo: il primo giocatore (A) può raccogliere da 1 a 3 fiammiferi, il secondo (B) ne raccoglie a sua volta 1, 2 o 3; i giocatori alternano le loro mosse finché sul tavolo non ci sono più fiammiferi; il giocatore che è costretto a raccogliere l'ultimo fiammifero è il perdente
- # Algoritmo: Strategia vincente per il giocatore A che gioca per primo
  - prima mossa: A raccoglie 2 fiammiferi
  - → mosse successive: se B raccoglie k fiammiferi ( $k \le 3$ ), allora A raccoglie 4-k fiammiferi

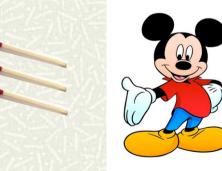


## Esempio: Il gioco dell'undici



#### Topolino perde!







**# Problema:** Sia dato un mazzo da 40 carte da ordinare in modo che le cuori precedano le quadri, che a loro volta precedono fiori e picche; le carte di uno stesso seme sono ordinate dall'asso al re

#### # Algoritmo:

- Si suddivida il mazzo in 4 mazzetti, ciascuno costituito da tutte le carte dello stesso seme
- Si ordinino le carte di ciascun mazzetto dall'asso al re
- Si prendano nell'ordine i mazzetti delle cuori, quadri, fiori e picche



#### Esempio: Ricerca in un mazzo di chiavi

**Problema:** Si vuole ricercare, all'interno di un mazzo di chiavi, quella che apre un dato lucchetto

#### # Algoritmo:

- 1) Si seleziona una chiave dal mazzo e la si marca con un pennarello
- 2) Si tenta di aprire il lucchetto con la chiave appena marcata; se funziona, si va al passo 4)
- 3) Altrimenti, si controlla la chiave successiva
  - i. Se non è marcata, la si marca e si torna al passo 2)
  - ii. Viceversa, si prende atto che nel mazzo non è presente la chiave che apre il lucchetto
- 4) Fine della ricerca



## Esempio: Radici delle equazioni di 2° grado

# Problema: Calcolo delle radici reali di ax<sup>2</sup>+bx+c=0

#### # Algoritmo:

- 1) Acquisire i coefficienti a,b,c
- 2) Calcolare  $\Delta = b^2$ -4ac
- 3) Se  $\Delta$ <0 non esistono radici reali, eseguire l'istruzione 7)
- 4) Se  $\Delta=0$ ,  $x_1=x_2=-b/2a$ , poi eseguire l'istruzione 6)
- 5)  $x_1 = (-b + \sqrt{\Delta})/2a$ ,  $x_2 = (-b \sqrt{\Delta})/2a$
- 6) Comunicare i valori x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>
- 7) Fine



#### Esempio: Calcolo del M.C.D. - 1

- # Problema: Calcolare il M.C.D. di due interi a,b, con a>b
- # Algoritmo: Formalizzato da Euclide nel 300 a.C., si basa sul fatto che ogni divisore comune ad a e b è anche divisore del resto r della divisione intera di a per b, quando a>b e r≠0; se r=0, b è il M.C.D.

$$MCD(a,b) = MCD(b,r)$$
, se  $r\neq 0$   
 $MCD(a,b)=b$ , se  $r=0$ 

#### # Nota

L'algoritmo garantisce la determinazione del M.C.D. senza il calcolo di tutti i divisori di a e b



#### Esempio: Calcolo del M.C.D. - 2

- 1) Acquisire i valori di a e b
- 2) Se b>a, scambiare i valori di a e b
- 3) Calcolare il resto r della divisione intera di a per b
- 4) Se r=0, MCD(a,b)=b; comunicare il risultato all'esterno; eseguire l'istruzione 6)
- 5) Se r≠0, sostituire il valore di a con il valore di b ed il valore di b con il valore di r; tornare al passo 3)
- 6) Fine



# Proprietà degli algoritmi

- # Affinché una "ricetta", un elenco di istruzioni, possa essere considerato un algoritmo, devono essere soddisfatti i seguenti requisiti:
  - Finitezza: ogni algoritmo deve essere finito, cioè ogni singola istruzione deve poter essere eseguita in tempo finito ed un numero finito di volte
  - Generalità: ogni algoritmo deve fornire la soluzione per una classe di problemi; deve pertanto essere applicabile a qualsiasi insieme di dati appartenenti all'insieme di definizione o dominio dell'algoritmo e deve produrre risultati che appartengano all'insieme di arrivo o codominio
  - Non ambiguità: devono essere definiti in modo univoco i passi successivi da eseguire; devono essere evitati paradossi, contraddizioni ed ambiguità; il significato di ogni istruzione deve essere univoco per chiunque esegua l'algoritmo



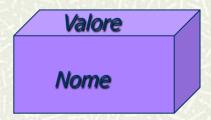
# **Algoritmi**

- # Un algoritmo deve poter essere eseguito da chiunque, senza che l'esecutore sia stato necessariamente coinvolto nell'analisi del problema o nella descrizione dell'algoritmo
- # Gli algoritmi devono essere formalizzati per mezzo di appositi linguaggi, dotati di strutture linguistiche che garantiscano precisione e sintesi
- # I linguaggi naturali non soddisfano questi requisiti, infatti...
  - ...sono ambigui: la stessa parola può assumere significati diversi in contesti differenti (pesca è un frutto o un'attività sportiva)
  - ...sono ridondanti: lo stesso concetto può essere espresso in molti modi diversi, ad esempio "somma 2 a 3", "calcola 2+3", "esegui l'addizione tra 2 e 3"



## Costanti e variabili - 1

- # I dati su cui opera un algoritmo sono costanti e variabili
  - Un dato è costante quando il suo valore non può essere aggiornato durante l'esecuzione dell'algoritmo o per esecuzioni successive
  - Una variabile è una coppia < nome, valore >: può essere immaginata come una scatola sulla quale è scritto un nome e che può contenere un valore



Rappresentazione di una variabile



## Costanti e variabili - 2

- # Il valore di una variabile deve appartenere all'insieme di definizione, su cui si opera mediante regole opportune, specifiche dell'insieme
- # Data una variabile <x,v>, x è il nome della variabile e v è il suo valore attuale; le variabili sono indeterminate in fase di definizione dell'algoritmo, ma corrispondono a valori specifici durante ogni esecuzione
- **Esempio**: Nell'algoritmo di risoluzione delle equazioni di 2° grado, a, b, c non corrispondono a nessun valore finché non si esegue l'algoritmo per trovare le soluzioni di una data equazione, ad esempio  $x^2-9x-4=0$ ; in fase di esecuzione, a=1, b=-9, c=-4; nell'istruzione  $\Delta=b^2-4ac$ ,  $\Delta$  è la variabile che contiene il valore del discriminante



# Assegnazione - 1

- L'istruzione di assegnazione definisce il valore attuale di una variabile, che resta inalterato fino all'assegnazione successiva

#### nome di variabile ← espressione

che si legge assegna alla variabile "nome di variabile" il valore di "espressione"; l'espressione a destra di ← è costituita da variabili, costanti e operatori

- L'assegnazione viene così eseguita:
  - a) si valuta l'espressione a destra di ←, sostituendo ai nomi di variabile i loro valori attuali; il risultato deve appartenere all'insieme di definizione della variabile a sinistra di ←
  - b) il valore calcolato diventa il nuovo valore della variabile il cui nome appare a sinistra di ← 21



## Assegnazione - 2

- I nomi delle variabili possono essere scelti in modo arbitrario, ma è opportuno selezionare nomi significativi del contenuto della variabile
- # È necessario rispettare la regola dell'ordinamento:

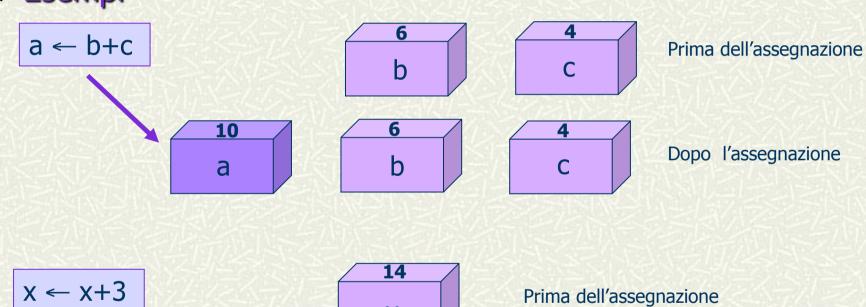
Quando una variabile appare a destra di ← in una assegnazione deve essere già istanziata

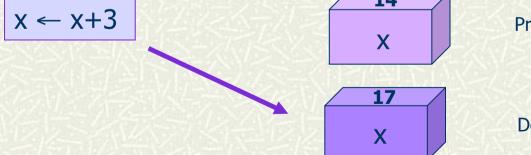
cioè le deve essere già stato assegnato un valore



# Assegnazione - 3

#### # Esempi





Dopo l'assegnazione



## Le istruzioni - 1

- **Istruzioni operative**, che producono risultati
- **Istruzioni di controllo**, che controllano il verificarsi di condizioni specificate e, in base al risultato del controllo, determinano il flusso di istruzioni da eseguire
- **Istruzioni di salto**, che alterano il normale flusso di esecuzione sequenziale delle istruzioni di un algoritmo, specificando quale sia la successiva istruzione da eseguire
  - nelle istruzioni di salto condizionato, l'effettiva esecuzione del salto è legata al verificarsi di una condizione specificata
  - → l'istruzione di salto incondizionato produce sempre un salto
- # Istruzioni di ingresso/uscita, che specificano come debba essere effettuata una trasmissione di dati o messaggi fra l'algoritmo e l'ambiente esterno
- **Istruzioni di inizio/fine esecuzione,** che indicano l'inizio/la fine dell'algoritmo



## Le istruzioni - 2

#### # Esempio: Calcolo delle radici di equazioni di 2° grado

- a) "acquisire i coefficienti a, b, c" è un'<u>istruzione di lettura</u> (ingresso)
- b) "calcolare  $\Delta=b^2-4ac''$  è un'<u>istruzione operativa</u>
- c) "se  $\Delta$ =0,  $x_1$ = $x_2$ =-b/2a" è un'<u>istruzione di controllo</u>: l'istruzione di assegnazione  $x_1$ = $x_2$ =-b/2a viene eseguita solo se  $\Delta$ =0
- d) "comunicare i valori  $x_1$ ,  $x_2$ " è un'<u>istruzione di scrittura</u> (uscita)
- e) "eseguire l'istruzione 6)" è un'istruzione di salto incondizionato
- f) "se  $\Delta$ <0 eseguire l'istruzione 7)" è un'<u>istruzione di salto</u> condizionato, perché l'istruzione 7) è la prossima istruzione da eseguire solo se  $\Delta$ <0



- # Una proposizione è un costrutto linguistico del quale si può asserire o negare la veridicità
- # Esempi
  - 1) "Roma è la capitale della Gran Bretagna" falsa
  - 2) "3 è un numero intero" vera
- Il valore di verità di una proposizione è il suo essere vera o falsa
- Una proposizione è un predicato se il suo valore di verità dipende dall'istanziazione di alcune variabili
- # Esempi
  - 1) "la variabile età è minore di 30"
  - 2) "la variabile base è maggiore della variabile altezza"

26



- La valutazione di un predicato è l'operazione che permette di determinare se il predicato è vero o falso, sostituendo alle variabili i loro valori attuali
- # I valori vero e falso sono detti valori logici o booleani
- ➡ Proposizioni e predicati possono essere espressi concisamente per mezzo degli operatori relazionali:

= (uguale) ≠ (diverso)

> (maggiore) < (minore)

≥ (maggiore o uguale) ≤ (minore o uguale)

# I predicati che contengono un solo operatore relazionale sono detti semplici



- # Dato un predicato p, il predicato not p, detto opposto o negazione logica di p, ha i valori di verità opposti rispetto a p
- Dati due predicati p e q, la congiunzione logica p and q è un predicato vero solo quando p e q sono entrambi veri, e falso in tutti gli altri casi
- # Dati due predicati **p** e **q**, la **disgiunzione logica p or q** è un predicato falso solo quando **p** e **q** sono entrambi falsi, e vero in tutti gli altri casi
- # I predicati nei quali compare almeno un operatore logico, not, and, or, sono detti composti
- La tavola di verità di un predicato composto specifica il valore del predicato per ognuna delle possibili combinazioni dei suoi argomenti



#### # Esempio

not (base > altezza)

è vero solo quando il valore di base è minore o uguale del valore di altezza

età > 30 and età < 50

è vero solo quando il valore di età è compreso tra 30 e 50 (esclusi)

base > altezza or base > 100

è vero quando il valore di base è maggiore del valore di altezza, o quando il valore di base è maggiore di 100, o quando entrambe le condizioni sono verificate

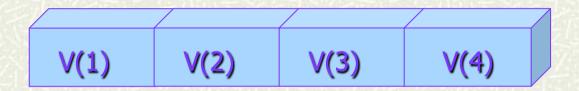


## Vettori e matrici - 1

- # Le variabili definite come coppie < nome, valore > sono dette variabili scalari
- # Una coppia < nome, insieme di valori > è una variabile vettore o array e può essere immaginata come un contenitore diviso in scomparti; ciascuno scomparto contiene un valore, detto elemento o componente del vettore
- # Ciascuna componente è individuata dal nome del vettore, seguito dal relativo numero progressivo, racchiuso fra parentesi tonde: l'indice del vettore
- # La dimensione di un vettore è il numero dei suoi elementi
- # I vettori sono particolarmente utili per collezionare dati fra loro correlati, sui quali devono essere effettuate le stesse operazioni



## Vettori e matrici - 2



Variabile vettoriale V, costituita dai 4 elementi V(1), V(2), V(3), V(4)

- L'utilizzo di variabili vettoriali, in un algoritmo, presuppone la dichiarazione esplicita della loro dimensione
- # La dimensione del vettore costituisce un limite invalicabile per la selezione delle componenti del vettore
- **Esempio**: V(100) asserisce che il vettore V è costituito da 100 elementi; possono essere selezionati V(12),V(57),V(89), ma non V(121) o V(763), che non esistono



## Vettori e matrici - 3

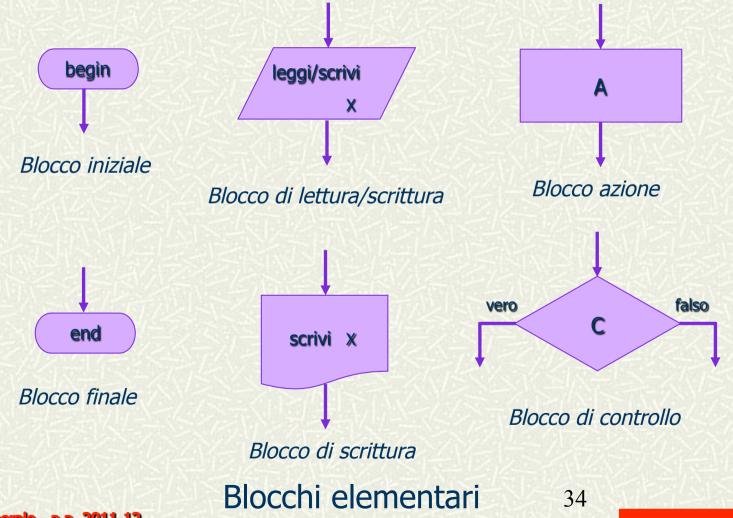
- # Il concetto di matrice è un'estensione del concetto di vettore
- # Una matrice è costituita da un insieme di valori, ciascuno dei quali viene individuato per mezzo della sua posizione, espressa da più indici
- # Ad esempio, se una matrice M ha due dimensioni, i suoi elementi sono disposti su righe e colonne ed ogni suo elemento M(i,j) è individuato da due indici, con i indice di riga e j indice di colonna

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ & \dots & & & \\ & m_{q1} & m_{q2} & \dots & m_{qn} \end{pmatrix}$$



- # Il linguaggio dei diagrammi a blocchi è un possibile formalismo per la descrizione di algoritmi
- # Il diagramma a blocchi, o *flowchart*, è una rappresentazione grafica dell'algoritmo
- # Un diagramma a blocchi descrive il **flusso** delle operazioni da eseguire per realizzare la trasformazione, definita nell'algoritmo, dai dati iniziali ai risultati
- # Ogni istruzione dell'algoritmo viene rappresentata all'interno di un blocco elementare, la cui forma grafica è determinata dal tipo di istruzione
- # I blocchi sono collegati tra loro da linee di flusso, munite di frecce, che indicano il susseguirsi di azioni elementari







- # Un diagramma a blocchi è un insieme di blocchi elementari composto da:
  - a) un blocco iniziale
  - b) un blocco finale
  - c) un numero finito n (n≥1) di blocchi di azione e/o di blocchi di lettura/scrittura
  - d) un numero finito m (m≥0) di blocchi di controllo



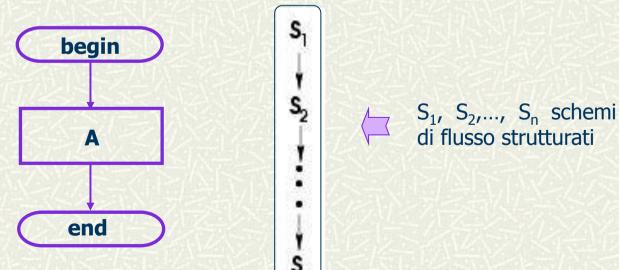
- # L'insieme dei blocchi elementari che descrivono un algoritmo deve soddisfare le seguenti condizioni:
  - ciascun blocco di azione o di lettura/scrittura ha una sola freccia entrante ed una sola freccia uscente
  - ciascun blocco di controllo ha una sola freccia entrante e due frecce uscenti
  - ciascuna freccia entra in un blocco oppure si innesta in un'altra freccia
  - ciascun blocco è raggiungibile dal blocco iniziale
  - → il blocco finale è raggiungibile da qualsiasi altro blocco
- $\sharp$  Un blocco B è **raggiungibile** a partire da un blocco A se esiste una sequenza di blocchi  $X_1, X_2, ..., X_n$ , tali che  $A=X_1$ ,  $B=X_n$ , e  $\forall X_i$ , i=1, ..., n-1,  $X_i$  è connesso con una freccia a  $X_{i+1}$



- # I programmatori inesperti tendono ad "aggrovigliare" il programma introducendo numerosi salti privi di regole (*spaghetti programming*)
- # L'analisi strutturata favorisce, viceversa, la descrizione di algoritmi facilmente documentabili e comprensibili
- # I blocchi di un diagramma a blocchi strutturato sono collegati secondo i seguenti schemi di flusso:
  - Schema di sequenza più schemi di flusso sono eseguiti in sequenza
  - Schema di selezione un blocco di controllo subordina l'esecuzione di due possibili schemi di flusso al verificarsi di una condizione
  - Schema di iterazione si itera l'esecuzione di un dato schema di flusso

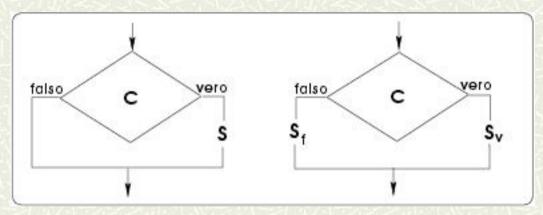


- # Ovvero: un diagramma a blocchi strutturato è un diagramma a blocchi nel quale gli schemi di flusso sono strutturati
- Uno schema di flusso è strutturato quando soddisfa una delle seguenti proprietà...
  - 1) ...è uno schema elementare o uno schema di sequenza





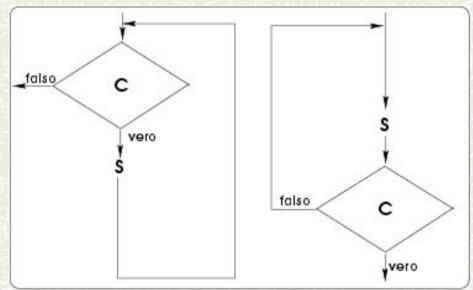
#### 2) ...è uno schema di selezione



- Nel primo caso, lo schema S viene eseguito solo se la condizione C è vera; se C è falsa, non viene eseguita alcuna azione
- Nel secondo caso, viene eseguito solo uno dei due schemi
   S<sub>v</sub> o S<sub>f</sub>, in dipendenza del valore di verità della condizione



3) ...è uno schema di iterazione



- Nel primo caso, S può non venire mai eseguito, se la condizione C è subito falsa; nel secondo caso, S viene eseguito almeno una volta
- Quando lo schema S viene eseguito finché la condizione C si mantiene vera si parla di iterazione per vero; si ha un'iterazione per falso quando S viene eseguito finché C è falsa

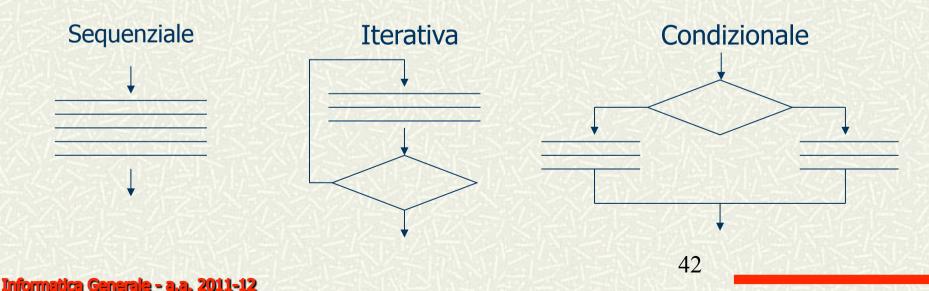


- # Gli schemi di flusso sono aperti quando consentono una sola esecuzione di una sequenza di blocchi elementari, sono chiusi quando permettono più di un'esecuzione della sequenza di blocchi
- # Gli schemi di sequenza e di selezione sono aperti, lo schema di iterazione è chiuso
- ➡ Ogni diagramma a blocchi non strutturato è trasformabile in un diagramma a blocchi strutturato equivalente
- Due diagrammi a blocchi sono equivalenti se, operando sugli stessi dati, producono gli stessi risultati
- - facilità di comprensione e modifica dei diagrammi a blocchi
  - maggiore uniformità nella descrizione degli algoritmi



#### # Inoltre...

È stato dimostrato (teorema fondamentale della programmazione di Bohm-Jacopini, 1966) che ogni programma può essere codificato riferendosi esclusivamente ad un algoritmo strutturato e quindi attenendosi alle tre strutture fondamentali:

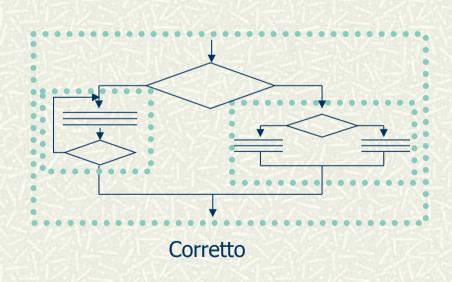


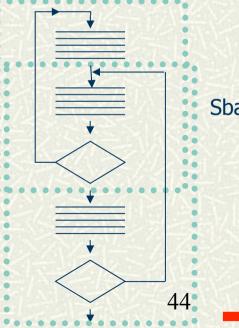


- # Il teorema di Bohm-Jacopini ha un interesse soprattutto teorico, in quanto i linguaggi di programmazione tendono a dotarsi di più tipi di istruzioni, non sempre "rispettose" del teorema, ma utili per la realizzazione di programmi di facile scrittura e comprensione
- # Il suo valore consiste nella capacità di fornire indicazioni generali per le attività di progettazione di nuovi linguaggi e di strategie di programmazione
- # In effetti, esso ha contribuito alla critica dell'uso sconsiderato delle istruzioni *go to* e alla definizione delle linee guida della programmazione strutturata, sviluppate negli anni `70



- In un diagramma strutturato non apparirà mai una istruzione di salto incondizionato
- → I tre schemi fondamentali possono essere *concatenati,* uno di seguito all'altro, o *nidificati,* uno dentro l'altro; non possono in nessun caso essere "intrecciati" o "accavallati"





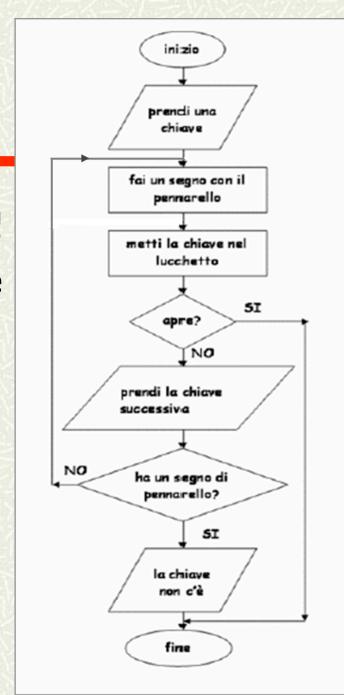
Sbagliato

## **Esempio**

□ Diagramma a blocchi per la selezione, in un mazzo di chiavi, di quella che apre un lucchetto

 □ Diagramma a blocchi per la selezione, in un mazzo di chiavi, di quella che apre un lucchetto









#### **Esercizi**

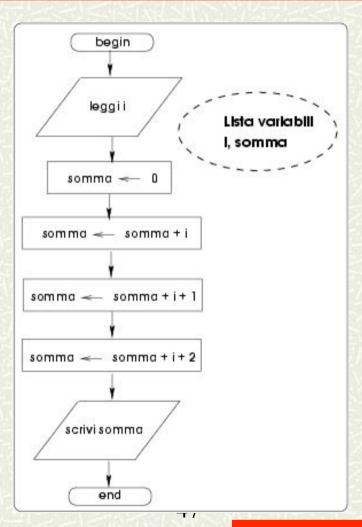
- # Scrivere un algoritmo, e rappresentarlo tramite diagramma a blocchi, per la soluzione dei seguenti problemi:
  - calcolare l'area del triangolo
  - trovare il max di due numeri
  - moltiplicare due numeri (usando solo l'operazione di somma)
- # Formalizzare, tramite diagramma a blocchi, l'algoritmo per...
  - ...calcolare le radici reali di equazioni di 2º grado
  - ...calcolare il M.C.D. di due numeri con il metodo di Euclide



 Problema: Calcolare la somma di tre interi consecutivi

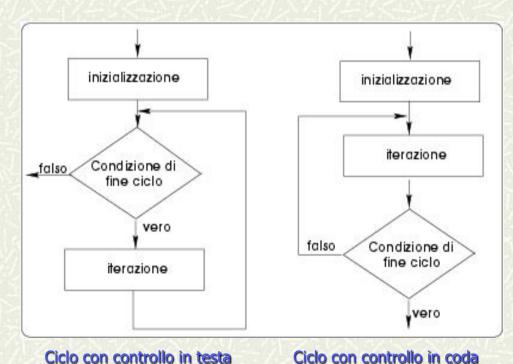
#### ■ Note

- La variabile somma è un contenitore di somme parziali, finché non si ottiene la somma totale richiesta
- La soluzione del problema viene raggiunta eseguendo azioni simili per un numero opportuno di volte





- # Il ciclo o loop è uno schema di flusso per descrivere, in modo conciso, situazioni in cui un gruppo di operazioni deve essere ripetuto più volte
- La condizione di fine ciclo viene verificata ogni volta che si esegue il ciclo; se la condizione assume valore vero (falso), le istruzioni vengono reiterate, altrimenti si esce dal ciclo
- La condizione di fine ciclo può essere verificata prima o dopo l'esecuzione dell'iterazione
- Le istruzioni di inizializzazione assegnano valori iniziali ad alcune variabili (almeno a quella che controlla la condizione di fine ciclo)

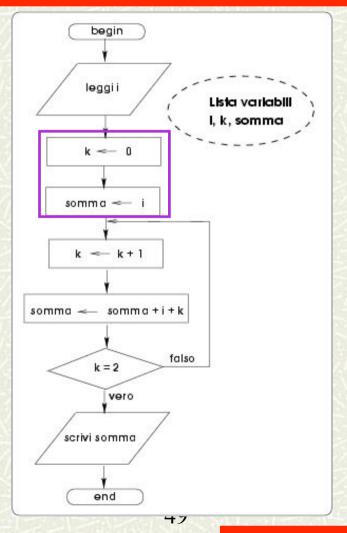




 Problema: Calcolare la somma di tre interi consecutivi

#### **■** Note

- La fase di inizializzazione riguarda la somma e l'indice del ciclo
- Il controllo di fine ciclo viene effettuato in coda





- # Un ciclo è definito quando è noto a priori quante volte deve essere eseguito; un ciclo definito è detto anche enumerativo
- # Un contatore del ciclo tiene memoria di quante iterazioni sono state effettuate; può essere utilizzato in due modi:
  - incremento del contatore: il contatore viene inizializzato ad un valore minimo (ad es. 0 o 1) e incrementato ad ogni esecuzione del ciclo; si esce dal ciclo quando il valore del contatore eguaglia il numero di iterazioni richieste
  - decremento del contatore: il contatore viene inizializzato al numero di iterazioni richiesto e decrementato di uno ad ogni iterazione; si esce dal ciclo quando il valore del contatore raggiunge 0 (o 1)



- # Un ciclo è indefinito quando non è possibile conoscere a priori quante volte verrà eseguito
- La condizione di fine ciclo controlla il valore di una o più variabili modificate da istruzioni che fanno parte dell'iterazione
- # Comunque, un ciclo deve essere eseguito un numero finito di volte, cioè si deve sempre verificare la **terminazione** dell'esecuzione del ciclo



- Problema: Calcolo della media di un insieme di numeri; non è noto a priori quanti sono i numeri di cui deve essere calcolata la media
  - ➤ I numeri vengono letti uno alla volta fino a che non si incontra un x=0, che segnala la fine dell'insieme

