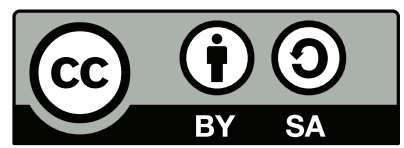
Algoritmi e Strutture Dati

Insiemi e dizionari
Riassunto finale

Alberto Montresor

Università di Trento

2023/08/18



Insiemi e dizionari

Insiemi

- Collezione di oggetti

Dizionari

- Associazioni chiave-valore

Implementazione

- Molte delle strutture dati viste finora
- Vantaggi e svantaggi

Insiemi realizzati con vettori booleani

Insieme

- Interi $1 \ldots m$
- Collezione di m oggetti memorizzati in un vettore

Rappresentazione

- Vettore booleano di m elementi

Vantaggi

- Notevolmente semplice
- Efficiente verificare se un elemento appartiene all'insieme

Svantaggi

- Memoria occupata $O(m)$, indipendente dalle dimensioni effettive
- Alcune operazioni inefficienti – $O(m)$

Insiemi realizzati con vettori booleani

SET (vettore booleano)

```
boolean[] V
int size
int capacity

SET Set(int m)
    SET t = new SET
    t.size = 0
    t.capacity = m
    t.V = new int[1...m] = {false}
    return t

boolean contains(int x)
    if 1 ≤ x ≤ capacity then
        return V[x]
    else
        return false

int size()
    return size

insert(int x)
    if 1 ≤ x ≤ capacity then
        if not V[x] then
            size = size + 1
            V[x] = true

remove(int x)
    if 1 ≤ x ≤ capacity then
        if V[x] then
            size = size − 1
            V[x] = false
```

Insiemi realizzati con vettori booleani

SET (vettore booleano)

```
SET union(SET A, SET B)
    int newsize = max(A.capacity, B.capacity)
    SET C = Set(newsize)
    for i = 1 to A.capacity do
        if A.contains(i) then
            C.insert(i)
    for i = 1 to B.capacity do
        if B.contains(i) then
            C.insert(i)
    return C
```

Insiemi realizzati con vettori booleani

SET (vettore booleano)

```
SET difference(SET A, SET B)
    SET C = Set(A.capacity)
    for i = 1 to A.capacity do
        if A.contains(i) and not B.contains(i) then
            C.insert(i)
    return C

SET intersection(SET A, SET B)
    int newsize = min(A.capacity, B.capacity)
    SET C = Set(newsize)
    for i = 1 to min.capacity, B.capacity) do
        if A.contains(i) and B.contains(i) then
            C.insert(i)
    return C
```

BitSet

Java - `class java.util.BitSet`

Metodo	Operaz.
`void and(BitSet set)`	Union
`void or(BitSet set)`	Intersection
`int cardinality()`	Set size

Metodo	Operaz.
`void clear(int i)`	Remove
`void set(int i)`	Insert
`boolean get(int i)`	Contains

C++ STL

- `std::bitset` – Stuttura dati bitset con dimensione fissata nel template al momento della compilazione.
- `std::vector<bool>` – Specializzazione di `std::vector` per ottimizzare la memorizzazione, dimensione dinamica.

Insiemi realizzati con liste / vettori non ordinati

Costo operazioni

- Operazioni di ricerca, inserimento e cancellazione: $O(n)$
- Operazioni di inserimento (assumendo assenza): $O(1)$
- Operazioni di unione, intersezione e differenza: $O(nm)$

SET difference(SET A, SET B)

```
SET C = Set()
foreach s ∈ A do
    if not B.contains(s) then
        C.insert(s)
return C
```

Insiemi realizzati con liste / vettori ordinati

List intersection(List A, List B)

List C = Set()
Pos pos_a = A.head()
Pos pos_b = B.head()
while not A.finished(pos_a) **and**
not B.finished(pos_b) **do**
  if A.read(pos_a) == B.read(pos_b) **then**
    C.insert(C.tail(), A.read(pos_a))
    pos_a = A.next(pos_a)
    pos_b = B.next(pos_b)
  else if A.read(pos_a) < B.read(pos_b) **then**
    pos_a = A.next(pos_a)
  else
    pos_b = B.next(pos_b)
return C

Costo operazioni

- Ricerca:
  - $O(n)$ (liste)
  - $O(\log n)$ (vettori)
- Inserimento e cancellazione
  - $O(n)$
- Unione, intersezione e differenza:
  - $O(n)$

Insiemi – Strutture dati complesse

Alberi bilanciati

- Ricerca, inserimento, cancellazione: $O(\log n)$
- Iterazione: $O(n)$
- Con ordinamento
- Implementazioni:
  - Java `TreeSet`
  - Python `OrderedSet`
  - C++ STL `set`

Hash table

- Ricerca, inserimento, cancellazione: $O(1)$
- Iterazione: $O(m)$
- Senza ordinamento
- Implementazioni:
  - Java `HashSet`
  - Python `set`
  - C++ STL `unordered_set`

Insiemi – Riassunto

	contains lookup	insert	remove	min	foreach	Ordine
Vettore booleano	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(m)$	$O(m)$	Sì
Lista non ordinata	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	No
Lista ordinata	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(n)$	Sì
Vettore ordinato	$O(\log n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(n)$	Sì
Alberi bilanciati	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(n)$	Sì
Hash (Mem. interna)	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(m)$	$O(m)$	No
Hash (Mem. esterna)	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(m+n)$	$O(m+n)$	No

$m \equiv$ dimensione del vettore o della tabella hash

Python – List

Operazione		Caso medio	Caso pessimo ammortizzato
`L.copy()`	Copy	$O(n)$	$O(n)$
`L.append(x)`	Append	$O(1)$	$O(1)$
`L.insert(i,x)`	Insert	$O(n)$	$O(n)$
`L.remove(x)`	Remove	$O(n)$	$O(n)$
`L[i]`	Index	$O(1)$	$O(1)$
`for x in L`	Iterator	$O(n)$	$O(n)$
`L[i:i+k]`	Slicing	$O(k)$	$O(k)$
`L.extend(s)`	Extend	$O(k)$	$O(k)$
`x in L`	Contains	$O(n)$	$O(n)$
`min(L)`, `max(L)`	Min, Max	$O(n)$	$O(n)$
`len(L)`	Get length	$O(1)$	$O(1)$

$$n = \texttt{len(L)}$$

Python – Set

Operazione		Caso medio	Caso pessimo
`x in S`	Contains	$O(1)$	$O(n)$
`for x in S`	Iterator	$O(n)$	$O(n)$
`S.add(x)`	Insert	$O(1)$	$O(n)$
`S.remove(x)`	Remove	$O(1)$	$O(n)$
`S|T`	Union	$O(n+m)$	$O(n \cdot m)$
`S&T`	Intersection	$O(\min(n,m))$	$O(n \cdot m)$
`S-T`	Difference	$O(n)$	$O(n \cdot m)$

$$n = \texttt{len(S)}, m = \texttt{len(T)}$$