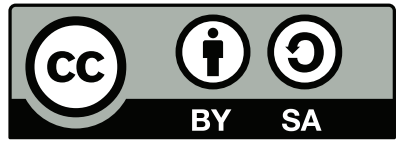
Algoritmi e Strutture Dati

Strutture di dati

Alberto Montresor

Università di Trento

2018/10/19



Sommario

Introduzione

Dato

In un linguaggio di programmazione, un dato è un valore che una variabile può assumere

Tipo di dato astratto

Un modello matematico, dato da una collezione di valori e un insieme di operazioni ammesse su questi valori

Tipi di dato primitivi

- Forniti direttamente dal linguaggio
- Esempi: int (`+`, `-`, `*`, `/`, `%`), boolean (`!`, `&&`, `||`)

Tipi di dati

"Specifica" e "implementazione" di un tipo di dato astratto

- Specifica: "manuale d'uso", nasconde i dettagli implementativi all'utilizzatore
- Implementazione: realizzazione vera e propria

Esempi

Specifica	**Implementazione**
Numeri reali	IEEE-754
Pile	Pile basate su vettori Pile basate su puntatori
Code	Code basate su vettori circolari Code basate su puntatori

Strutture di dati

Strutture di dati

Le strutture di dati sono collezioni di dati, caratterizzate più dall'organizzazione della collezione piuttosto che dal tipo dei dati contenuti.

Come caratterizzare le strutture dati

- un insieme di operatori che permettono di manipolare la struttura
- un modo sistematico di organizzare l'insieme dei dati

Alcune tipologie di strutture di dati

- Lineari / Non lineari (presenza di una sequenza)
- Statiche / Dinamiche (variazione di dimensione, contenuto)
- Omogenee / Disomogenee (dati contenuti)

Strutture di dati

Tipo	Java	C++	Python
Sequenze	List, Queue, Deque LinkedList, ArrayList, Stack, ArrayDeque	list, forward_list vector stack queue, deque	list tuple
Insiemi	Set TreeSet, HashSet, LinkedHashSet	set unordered_set	set, frozenset
Dizionari	Map HashTree, HashMap, LinkedHashMap	map unordered_map	dict
Alberi	-	-	-
Grafi	-	-	-

Sequenza

Sequenza

Una struttura dati dinamica, lineare che rappresenta una sequenza ordinata di valori, dove un valore può comparire più di una volta.

- L'ordine all'interno della sequenza è importante

Operazioni ammesse

- Data la posizione, è possibile aggiungere / togliere elementi
  - $s = s_1, s_2, \ldots, s_n$
  - l'elemento s_i è in posizione pos_i
  - esistono le posizioni (fittizie) pos_0, pos_{n+1}
- È possibile accedere direttamente alla testa/coda
- È possibile accedere sequenzialmente a tutti gli altri elementi

Sequenza – Specifica

Sequence

% Restituisce **true** se la sequenza è vuota
boolean isEmpty()

% Restituisce **true** se p è uguale a pos_0 oppure a pos_{n+1}
boolean finished(Pos p)

% Restituisce la posizione del primo elemento
Pos head()

% Restituisce la posizione dell'ultimo elemento
Pos tail()

% Restituisce la posizione dell'elemento che segue p
Pos next(Pos p)

% Restituisce la posizione dell'elemento che precede p
Pos prev(Pos p)

Sequenza – Specifica

SEQUENCE (continua)

% Inserisce l'elemento v di tipo ITEM nella posizione p.
% Restituisce la posizione del nuovo elemento, che diviene il predecessore di p
POS insert(POS p, ITEM v)

% Rimuove l'elemento contenuto nella posizione p.
% Restituisce la posizione del successore di p,
% che diviene successore del predecessore di p
POS remove(POS p)

% Legge l'elemento di tipo ITEM contenuto nella posizione p
ITEM read(POS p)

% Scrive l'elemento v di tipo ITEM nella posizione p
write(POS p, ITEM v)

Sequenza

Java

```
List<String> lista = new LinkedList<String>();
lista.add("two");
lista.addFirst("one");
lista.addLast("three");
```

Result: ['one', 'two', 'three']

C++

```
std::list<int> lista;
lista.push_front(2);
lista.push_front(1);
lista.push_back(3);
```

Result: [1,2,3]

Python

```
lista = ["one", "three"]
lista.insert(1, "two")
```

Result: ['one', 'two', 'three']

Insiemi

Insieme

Una struttura dati dinamica, non lineare che memorizza una collezione non ordinata di elementi senza valori ripetuti.

- L'ordinamento fra elementi è dato dall'eventuale relazione d'ordine definita sul tipo degli elementi stessi

Operazioni ammesse

- Operazioni base:
  - inserimento
  - cancellazione
  - verifica contenimento
- Operazioni di ordinamento
  - Massimo
  - Minimo
- Operazioni insiemistiche:
  - unione
  - interesezione
  - differenza
- Iteratori:
  - **foreach** $x \in S$ **do**

Insiemi – Specifica

SET

% Restituisce la cardinalità dell'insieme
int $= ize()$

% Restituisce **true** se x è contenuto nell'insieme
boolean contains(ITEM x)

% Inserisce x nell'insieme, se non già presente
insert(ITEM x)

% Rimuove x dall'insieme, se presente
remove(ITEM x)

% Restituisce un nuovo insieme che è l'unione di A e B
SET union(SET A, SET B)

% Restituisce un nuovo insieme che è l'intersezione di A e B
SET intersection(SET A, SET B)

% Restituisce un nuovo insieme che è la differenza di A e B
SET difference(SET A, SET B)

Insiemi

Java

```
Set<String> docenti = new TreeSet<>();
docenti.add("Alberto");
docenti.add("Cristian");
docenti.add("Alessio");
```

Result: `{ "Alberto", "Alessio", "Cristian" }`

C++

```
std::set<std::string> frutta;
frutta.insert("mele");
frutta.insert("pere");
frutta.insert("banane");
frutta.insert("mele");
frutta.remove("mele")
```

Result: `{ "banane", "pere" }`

Python

```
items = { "rock", "paper",
   "scissors", "rock" }
print(items)
print("Spock" in items)
print("lizard" not in items)
```

Result:

```
{ "rock", "paper", "scissors" }
False
True
```

Dizionari

Dizionario

Struttura dati che rappresenta il concetto matematico di relazione univoca $R : D \to C$, o associazione chiave-valore.

- Insieme D è il dominio (elementi detti chiavi)
- Insieme C è il codominio (elementi detti valori)

Operazioni ammesse

- Ottenere il valore associato ad una particolare chiave (se presente), o **nil** se assente
- Inserire una nuova associazione chiave-valore, cancellando eventuali associazioni precedenti per la stessa chiave
- Rimuovere un'associazione chiave-valore esistente

Dizionari – Specifica

Dictionary

% Restituisce il valore associato alla chiave k se presente, **nil** altrimenti

Item lookup(Item k)

% Associa il valore v alla chiave k

insert(Item k, Item v)

% Rimuove l'associazione della chiave k

remove(Item k)

Array associativi, mappe e dizionari

Java

```
Map<String, String> capoluoghi = new HashMap<>();
capoluoghi.put("Toscana", "Firenze");
capoluoghi.put("Lombardia", "Milano");
capoluoghi.put("Sardegna", "Cagliari");
```

C++

```
std::map<std::string, int> wordcounts;
std::string s;

while (std::cin >> s && s != "end")
  ++wordcounts[s];
```

Python

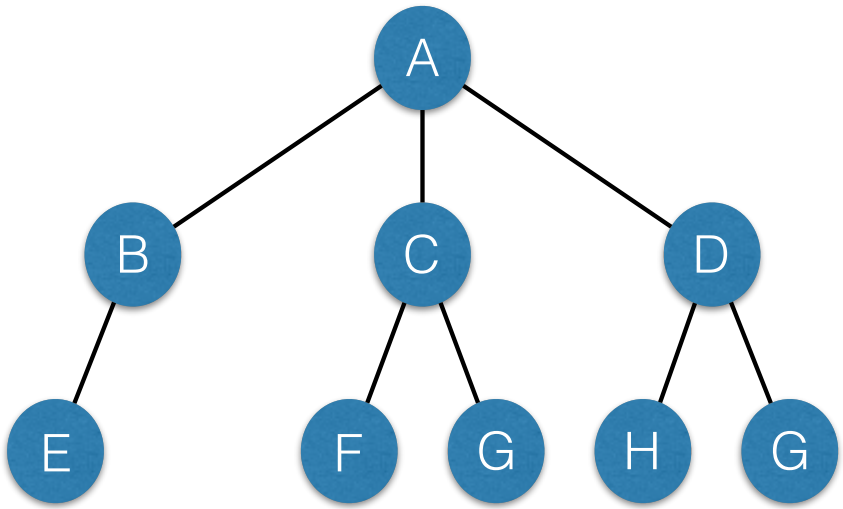
```
v = {}
v[10] = 5
v["alberto"] = 42
v[10]+v["alberto"]
```

Result: 47

Alberi e grafi

Alberi ordinati

- Un albero ordinato è dato da un insieme finito di elementi detti nodi
- Uno di questi nodi è designato come radice
- I rimanenti nodi, se esistono sono partizionati in insiemi ordinati e disgiunti, anch'essi alberi ordinati

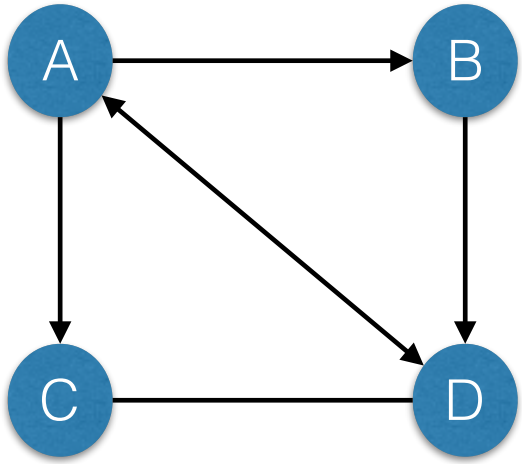


Alberi e grafi

Grafi

La struttura dati grafo è composta da:

- un insieme di elementi detti nodi o vertici
- un insieme di coppie (ordinate oppure no) di nodi detti archi



Operazioni

- Tutte le operazioni su alberi e grafi ruotano attorno alla possibilità di effettuare visite su di essi
- Specifica completa più avanti

Commenti

- Concetti di sequenza, insieme, dizionario sono collegati
  - Insieme delle chiavi / insieme dei valori
  - Scorrere la sequenza di tutte le chiavi
- Alcune realizzazioni sono "naturali"
  - Sequenza $\leftrightarrow$ lista
  - Albero astratto $\leftrightarrow$ albero basato su puntatori
- Esistono tuttavia realizzazioni alternative
  - Insieme come vettore booleano
  - Albero come vettore dei padri
- La scelta della struttura di dati ha riflessi sull'efficienza e sulle operazioni ammesse
  - Dizionario come hash table: lookup $O(1)$, ricerca minimo $O(n)$
  - Dizionario come albero: lookup $O(\log n)$, ricerca minimo $O(1)$

Lista

Lista (Linked List)

Una sequenza di nodi, contenenti dati arbitrari e 1-2 puntatori all'elemento successivo e/o precedente.

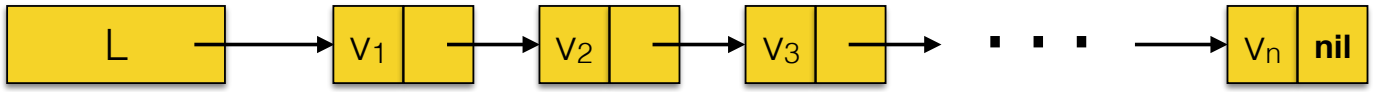
Note

- Contiguità nella lista $\not\Rightarrow$ contiguità nella memoria
- Tutte le operazioni hanno costo $O(1)$

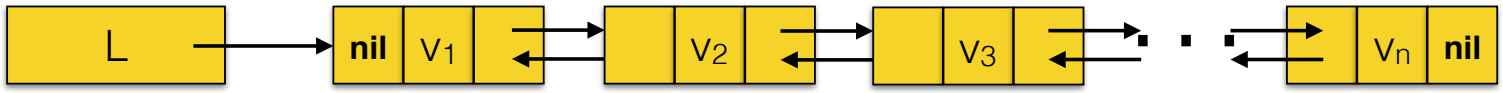
Possibili implementazioni

- Bidirezionale / Monodirezionale
- Con sentinella / Senza sentinella
- Circolare / Non circolare

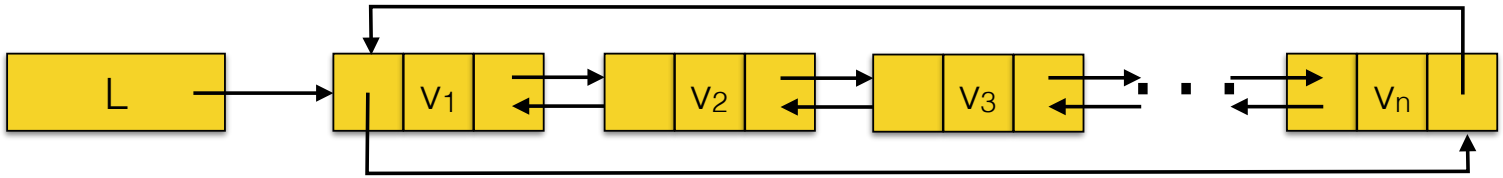
Lista



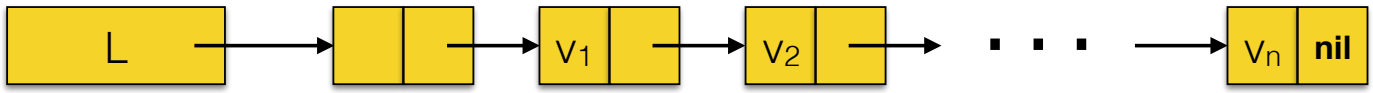
Monodirezionale



Bidirezionale



Bidirezionale circolare



Monodirezionale con sentinella

Lista bidirezionale con sentinella

List

```
List pred                                  % Predecessore
List succ                                  % Successore
Item value                                 % Elemento

List List()
    List t = new List
    t.pred = t
    t.succ = t
    return t

boolean isEmpty()
    return pred = succ = this

Pos head()
    return succ

Pos tail()
    return pred

Pos next(Pos p)
    return p.succ

Pos prev(Pos p)
    return p.pred

boolean finished(Pos p)
    return (p = this)

Item read(Pos p)
    return p.value

write(Pos p, Item v)
    p.value = v

Pos insert(Pos p, Item v)
    List t = List()
    t.value = v
    t.pred = p.pred
    p.pred.succ = t
    t.succ = p
    p.pred = t
    return t;

Pos p)
    p.pred.succ = p.succ
    p.succ.pred = p.pred
    List t = p.succ
    delete p
    return t;
```

List e Pos sono tipi equivalenti

Lista bidirezionale senza sentinella – Java

```
class Pos {

  Pos succ;                 /** Next element of the list */
  Pos pred;                 /** Previous element of the list */
  Object v;                 /** Value */

  Pos(Object v) {
    succ = pred = null;
    this.v = v;
  }
}
```

Lista bidirezionale senza sentinella – Java

```
public class List {

  private Pos head;       /** First element of the list */
  private Pos tail;       /** Last element of the list */

  public List() {
    head = tail = null;
  }

  public Pos head()                    { return head; }
  public Pos tail()                    { return tail; }
  public boolean finished(Pos pos)     { return pos == null; }
  public boolean isEmpty()             { return head == null; }
  public Object read(Pos p)            { return p.v; }
  public void write(Pos p, Object v) { p.v = v; }
```

Lista bidirezionale senza sentinella – Java

```
public Pos next(Pos pos) {
  return (pos != null ? pos.succ : null);
}

public Pos prev(Pos pos) {
  return (pos != null ? pos.pred : null);
}

public void remove(Pos pos) {
  if (pos.pred == null)
    head = pos.succ;
  else
    pos.pred.succ = pos.succ;
  if (pos.succ == null)
    tail = pos.pred;
  else
    pos.succ.pred = pos.pred;
}
```

Lista bidirezionale senza sentinella – Java

```
public Pos insert(Pos pos, Object v) {
Pos t = new Pos(v);
  if (head == null) {
    head = tail = t; // Insert in a emtpy list
  } else if (pos == null) {
    t.pred = tail; // Insert at the end
    tail.succ = t;
    tail = t;
  } else {
    t.pred = pos.pred; // Insert in front of an existing position
    if (t.pred != null)
      t.pred.succ = t;
    else
      head = t;
      t.succ = pos;
      pos.pred = t;
  }
  return t;
}
```

Pila

Pila (Stack)

Una struttura dati dinamica, lineare in cui l'elemento rimosso dall'operazione di cancellazione è predeterminato: "quello che per meno tempo è rimasto nell'insieme" (LIFO - Last-in, First-out)

STACK

% Restituisce **true** se la pila è vuota

boolean isEmpty()

% Inserisce v in cima alla pila

push(ITEM v)

% Estrae l'elemento in cima alla pila e lo restituisce al chiamante

ITEM pop()

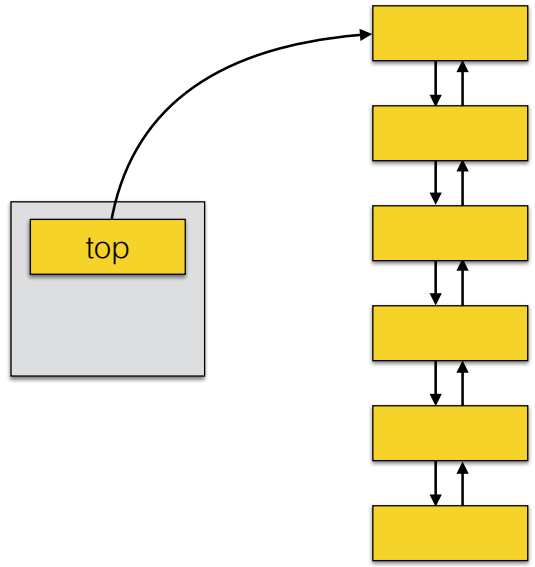
% Legge l'elemento in cima alla pila

ITEM top()

Pila

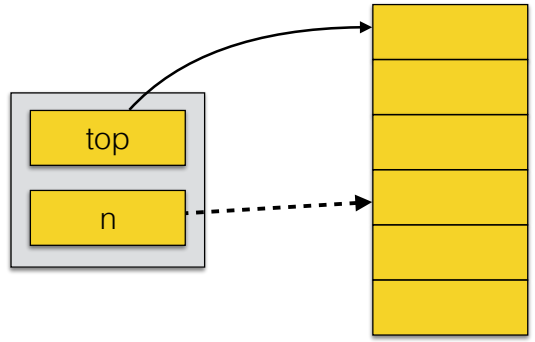
Possibili utilizzi

- Nei linguaggi con procedure:
  - gestione dei record di attivazione
- Nei linguaggi stack-oriented:
  - le operazioni prendono gli operandi dallo stack e inseriscono il risultato nello stack
  - Es: Postscript, Java bytecode



Possibili implementazioni

- Tramite liste bidirezionali
  - puntatore all'elemento top
- Tramite vettore
  - dimensione limitata, overhead più basso



Pila basata su vettore – Pseudocodice

STACK

ITEM[] A % Elementi
int n % Cursore
int m % Dim. massima

STACK Stack(**int** dim)
- STACK t = **new** STACK
- $t.A$ = **new int**$[1 \ldots dim]$
- $t.m = dim$
- $t.n = 0$
- **return** t

ITEM top()
- **precondition**: $n > 0$
- **return** $A[n]$

boolean isEmpty()
- **return** $n = 0$

ITEM pop()
- **precondition**: $n > 0$
- ITEM $t = A[n]$
- $n = n - 1$
- **return** t

push(ITEM v)
- **precondition**: $n < m$
- $n = n + 1$
- $A[n] = v$

Pila basata su vettore – Java

```
public class VectorStack implements Stack {

  /** Vector containing the elements */
  private Object[] A;

  /** Number of elements in the stack */
  private int n;

  public VectorStack(int dim) {
    n = 0;
    A = new Object[dim];
  }

  public boolean isEmpty() {
    return n==0;
  }
```

Pila basata su vettore – Java

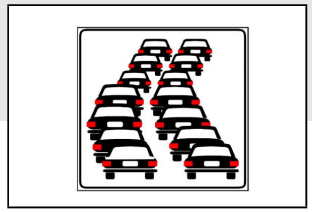
```
  public Object top() {
    if (n == 0)
      throw new IllegalStateException("Stack is empty");
    return A[n-1];
  }

  public Object pop() {
    if (n == 0)
      throw new IllegalStateException("Stack is empty");
    return A[--n];
  }

  public void push(Object o) {
    if (n == A.length)
      throw new IllegalStateException("Stack is full");
    A[n++] = o;
  }

}
```

Coda



Coda (Queue)

Una struttura dati dinamica, lineare in cui l'elemento rimosso dall'operazione di cancellazione è predeterminato: "quello che per più tempo è rimasto nell'insieme" (FIFO - First-in, First-out)

QUEUE

% Restituisce **true** se la coda è vuota
boolean isEmpty()

% Inserisce v in fondo alla coda
enqueue(ITEM v)

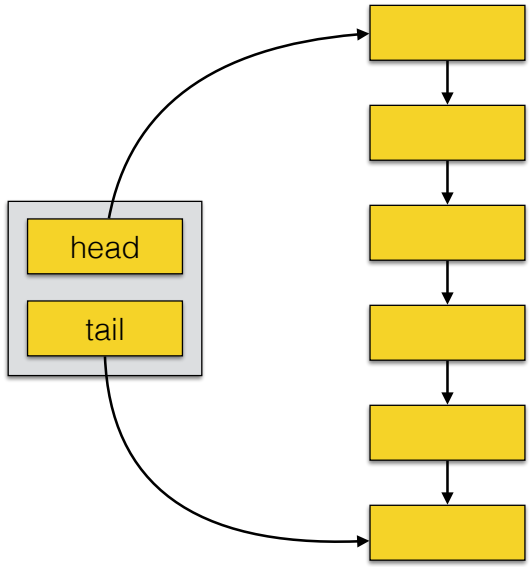
% Estrae l'elemento in testa alla coda e lo restituisce al chiamante
ITEM dequeue()

% Legge l'elemento in testa alla coda
ITEM top()

Coda

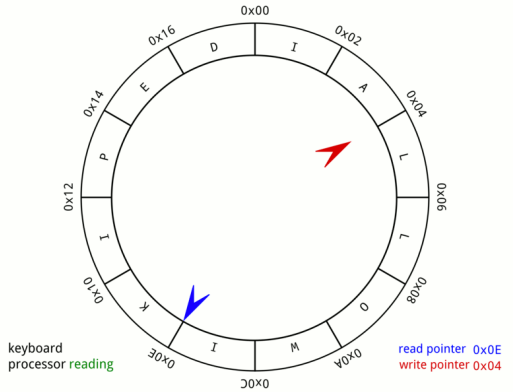
Possibili utilizzi

- Nei sistemi operativi, i processi in attesa di utilizzare una risorsa vengono gestiti tramite una coda
- La politica FIFO è fair



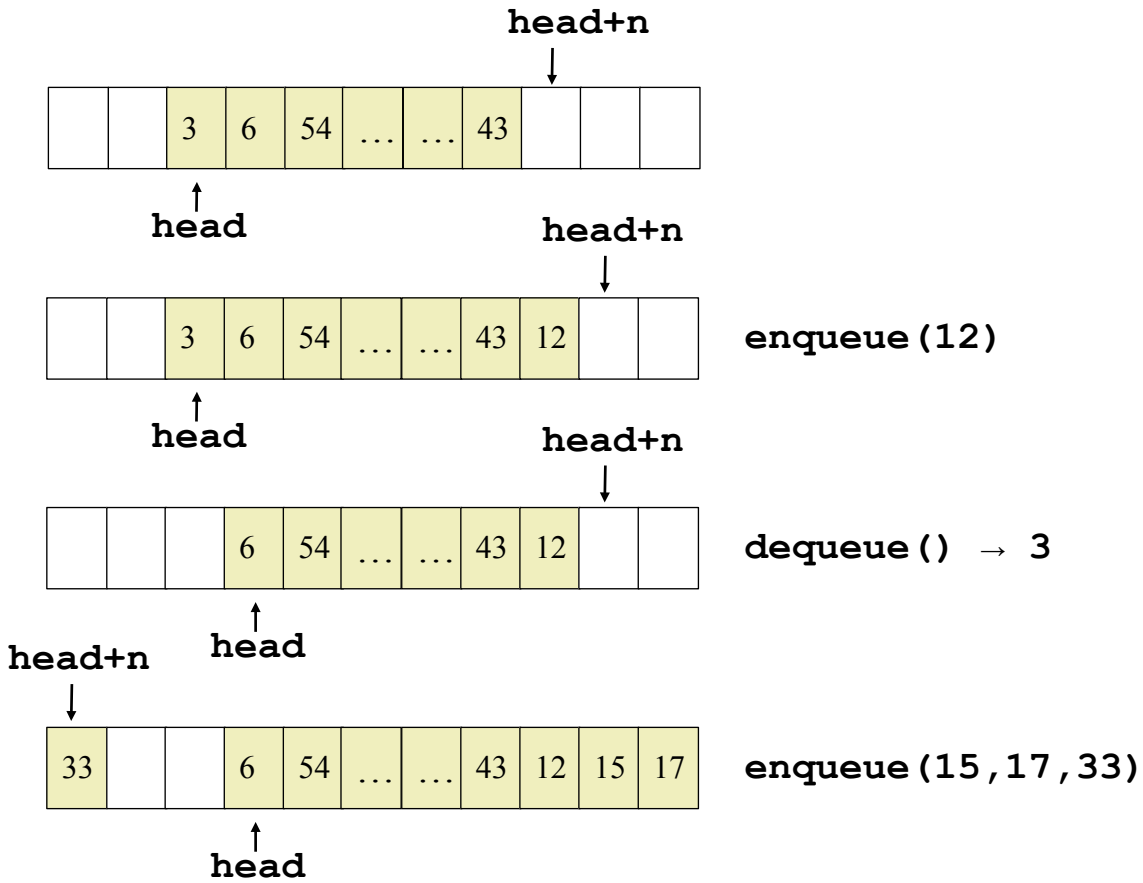
Possibili implementazioni

- Tramite liste monodirezionali
  - puntatore head, per estrazione
  - puntatore tail, per inserimento
- Tramite array circolari
  - dimensione limitata, overhead più basso



Coda basata su vettore circolare

- La circolarità può essere implementata con l'operazione modulo
- Bisogna prestare attenzione ai problemi di overflow (buffer pieno)



Coda basata su vettore circolare – Pseudocodice

QUEUE

```
ITEM[] A                                  % Elementi
int n                                     % Dim. attuale
int testa                                 % Testa
int m                                     % Dim. massima

QUEUE Queue(int dim)
    QUEUE t = new QUEUE
    t.A = new int[0 ... dim − 1]
    t.m = dim
    t.testa = 0
    t.n = 0
    return t

ITEM top()
    precondition: n > 0
    return A[testa]

boolean isEmpty()
    return n = 0

ITEM dequeue()
    precondition: n > 0
    ITEM t = A[testa]
    testa = (testa + 1) mod m
    n = n − 1
    return t

enqueue(ITEM v)
    precondition: n < m
    A[(testa + n) mod m] = v
    n = n + 1
```

Coda basata su vettore circolare – Java

```
public class VectorQueue implements Queue {

  /** Element vector */
  private Object[] A;

  /** Current number of elements in the queue */
  private int n;

  /** Top element of the queue */
  private int head;

  public VectorQueue(int dim) {
    n = 0;
    head = 0;
    A = new Object[dim];
  }

  public boolean isEmpty() {
    return n==0;
  }
```

Coda basata su vettore circolare – Java

```
  public Object top() {
    if (n == 0)
      throw new IllegalStateException("Queue is empty");
    return A[head];
  }

  public Object dequeue() {
    if (n == 0)
      throw new IllegalStateException("Queue is empty");
    Object t = A[head];
    head = (head+1) % A.length;
    n = n-1;
    return t;
  }

  public void enqueue(Object v) {
    if (n == A.length)
      throw new IllegalStateException("Queue is full");
    A[(head+n) % A.length] = v;
    n = n+1;
  }
}
```