Grafi – Stessa distanza

- In un grafo orientato G, dati due nodi s e v, si dice che:
  - v è raggiungibile da s se esiste un cammino da s a v;
  - la distanza di v da s è la lunghezza del più breve cammino da s a v (misurato in numero di archi), oppure $+\infty$ se v non è raggiungibile da s
- Scrivere un algoritmo che prenda in input un grafo orientato $G = (V, E)$ e due nodi $s_1, s_2 \in V$, che restituisca il numero di nodi in V tali che:
  - siano raggiungibili sia da s_1 che da s_2, e
  - si trovino alla stessa distanza da s_1 e da s_2.
- Discutere la complessità dell'algoritmo proposto.

Grafi – Grafi bipartiti

- Un grafo non orientato G è bipartito se l'insieme dei nodi può essere partizionato in due sottoinsiemi disgiunti tali che nessun arco del grafo connette due nodi appartenenti allo stesso sottoinsieme.
- $G = (V, E)$ è 2-colorabile se è possibile trovare una 2-colorazione di esso, ovvero un assegnamento $c[u] \in C$ per ogni nodo $u \in V$, dove C è un insieme di "colori" di dimensione 2, tale che:
  $$(u, v) \in E \Rightarrow c(u) \neq c(v)$$
- Si dimostri che G è bipartito:
  - se e solo se è 2-colorabile
  - se e solo se non contiene cicli di lunghezza dispari
- Scrivere un algoritmo che prenda in input un grafo bipartito G e restituisca una 2-colorazione di G sull'insieme di colori $C = \{0, 1\}$, espressa come un vettore $c[1 \ldots n]$. Discuterne la complessità.

Grafi – Tutte le strade portano a Roma

Un vertice v in un grafo orientato G si dice di tipo "Roma" se ogni altro vertice w in G può raggiungere v con un cammino orientato che parte da w e arriva a v.

1. Scrivere un algoritmo che dati un grafo G e un vertice v, determina se v è un vertice di tipo "Roma" in G.
2. Scrivere un algoritmo che, dato un grafo G, determina se G contiene un vertice di tipo "Roma".

In entrambi i casi è possibile trovare un algoritmo con complessità $O(m+n)$, ma anche altre complessità verranno considerate.