

# Esercizi Divide-et-impera

- ➊ **Punto fisso:** Scrivere un algoritmo che prenda in input un vettore ordinato  $A$  contenente  $n$  interi distinti e restituisca **true** se e solo se esiste un indice  $i$  tale che  $A[i] = i$ , in tempo  $O(\log n)$ .
- ➋ **Chi manca?:** Scrivere un algoritmo che prenda in input un vettore ordinato  $A[1 \dots n]$  contenente  $n$  elementi interi distinti appartenenti all'intervallo  $1 \dots n + 1$  e restituisca in tempo  $O(\log n)$  l'unico intero dell'intervallo  $1 \dots n + 1$  che non compare in  $A$ .
- ➌ **Vettori uni-modulari:** Un vettore di interi distinti  $A$  è detto **unimodulare** se esiste un indice  $h$  tale che  $A[1] > A[2] > \dots > A[h-1] > A[h]$  e  $A[h] < A[h+1] < A[h+2] < \dots < A[n]$ , dove  $n$  è la dimensione del vettore. Scrivere un algoritmo che prenda in input un vettore unimodulare e restituisca il valore minimo del vettore in tempo  $O(\log n)$ .

Discutere correttezza e complessità degli algoritmi proposti.

# Samarcanda

Nel gioco di Samarcanda, ogni giocatore è figlio di una nobile famiglia della Serenissima, il cui compito è di partire da Venezia con una certa dotazione di denari, arrivare nelle ricche città orientali, acquistare le merci preziose al prezzo più conveniente e tornare alla propria città per rivenderle.

Scrivere un algoritmo che prenda in input un vettore  $P$  contenente  $n$  interi in cui  $P[i]$  è il prezzo di una certa merce al giorno  $i$  e restituisca il guadagno massimo  $P[y] - P[x]$  che si può ottenere comprando la merce nel giorno  $x$  e rivendendola il giorno  $y$ , con  $x < y$ .

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

## Per fare un albero (binario di ricerca) ci vuole...

Dato un vettore  $V$  contenente  $n$  interi ordinati e distinti, scrivere un algoritmo che restituisca un albero binario di ricerca di altezza minima.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

Spoiler alert!