Limite inferiore per costruzione ABR

Ricordate?

Dato un vettore V di n interi ordinati e distinti, scrivere una procedura che costruisca un albero binario di ricerca di altezza minima. Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto

Dimostrazione

Sia V un vettore non ordinato contenente n valori interi distinti.

Si consideri il problema di costruire un albero binario di ricerca a partire dai dati in V. Dimostrare che il limite inferiore per questo problema è $\Omega(n \log n)$.

Anagrammi

Un'anagramma è una parola o frase ottenuta riarrangiando le lettere di un'altra parola o frase. Per esempio, "notremors" è un anagramma di "montresor".
Si supponga di avere in input un vettore di n stringhe di lunghezza massima k; si scriva un algoritmo che stampa in output tutti i gruppi di anagrammi contenuti in queste n stringhe. Se ne discuta correttezza e complessità.
Esempio di input: `rosa, pippo, poppi, raso, orsa, giappone`
Esempio di output:

```
rosa, raso, orsa
pippo, poppi
giappone
```

Aggiornamento del flusso massimo

Problema

Sia $G = (V, E, s, t, c)$ una rete di flusso. Si supponga di conoscere un flusso massimo in G, e si supponga che la capacità di un singolo arco $(u, v) \in E$ sia aumentata di una unità. Progettare un algoritmo per aggiornare il flusso massimo in tempo $O(n + m)$.

Siete responsabile dei corsi di nuoto organizzati da una piscina pubblica. I corsi vengono gestiti settimanalmente.
Ogni corso dura un'ora. Ogni corso può avere al massimo 6 bambini.
Ogni corso ha un orario di inizio che può andare dalle 9 alle 18 (per un totale di dieci corsi al giorno).
Ogni bambino sceglie a quanti corsi partecipare alla settimana, ma questo numero non può essere superiore a 5 e non si può fare lezione più di due volte lo stesso giorno. Poiché i poveri bambini moderni sono stressati da mille altri corsi (calcio, musica, etc), ogni bambino può dare un certo numero di preferenze (ore in cui può partecipare ad un corso).
Ogni corso deve essere insegnato da un insegnante. Ogni insegnante può dare un certo numero di disponibilità (ore in cui può insegnare un corso).
Infine, ogni bambino che segue un corso paga 10 euro. Trovate un algortmo che di assegnamento bambini-corsi-insegnanti che massimizzi il guadagno, descrivendo per bene input, output. Discutere la complessità.

Vicini-vicini – difficile

Siano dati due vettori $x[1 \ldots n]$ e $y[1 \ldots n]$ che rappresentano le coordinate cartesiane di n punti nel piano; ovvero il punto i-esimo è in posizione $(x[i], y[i])$. Scrivere un algoritmo che restituisca, fra tutte le coppie, quella con minima distanza.

Note:

- Esiste ovviamente una soluzione banale $O(n^2)$; si può fare di meglio?
- Questo problema ha applicazioni nei software GIS

Spoiler alert!

Limite inferiore per costruzione ABR

Se fosse possibile costruire un albero in $o(n \log n)$, allora sarebbe possibile visitare l'albero tramite una in-visita in tempo $O(n)$, ottenendo i valori ordinati. Avremmo così realizzato un algoritmo di ordinamento che opera in tempo $o(n \log n)$.

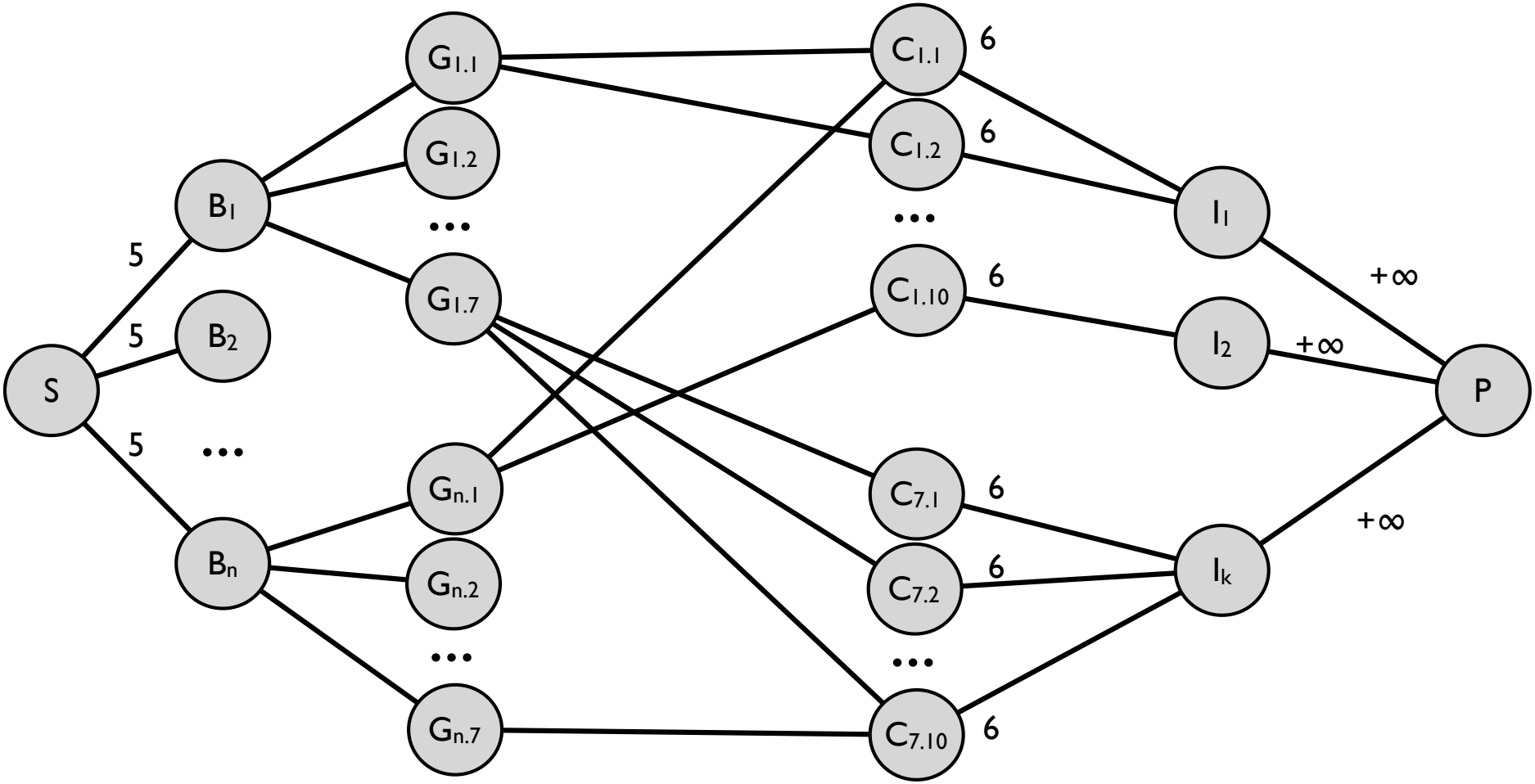
Aggiornamento del flusso massimo

maxFlow(**int**[ ][ ] c, **int** n, **int** s, **int** p, **int**[ ][ ] f, **int** u, **int** v)

int[ ][ ] $r \leftarrow$ **int**$[1 \ldots n][1 \ldots n]$ % Rete residua
int[ ][ ] $g \leftarrow$ **int**$[1 \ldots n][1 \ldots n]$ % Cammino aumentante
$c[u, v] \leftarrow c[u, v] + 1$
$r \leftarrow c - f$
$g \leftarrow$ cammino-aumentante(r, n, s, p)
$f \leftarrow f + g$

Nota: Operazioni come $f \leftarrow f + g$ si intendono come somma, elemento per elemento, delle matrici e hanno costo $O(n^2)$.

Piscina


S
B1
B2
Bn
G1.1
G1.2
G1.7
Gn.1
Gn.2
Gn.7
C1.1
C1.2
C1.10
C7.1
C7.2
C7.10
I1
I2
Ik
P
5
5
5
6
6
6
6
6
6
+∞
+∞
+∞

Anagrammi – 2011/09/07

```
anagrams(Item [][] S, int n)
Hash H ← Hash()
for i ← 1 to n do
    sorted ← sort(S[i])
    Set S ← H.lookup(sorted)
    if S = nil then
        S ← Set()
    S.insert(S[i])
    H.insert(sorted, S)
foreach x ∈ H do
    Set S ← H.lookup(x)
    print S
```

Il costo di questo algoritmo è $O(nk \log k + n)$.