

## Grafi – Tutte le strade portano a Roma

Un vertice  $v$  in un grafo orientato  $G$  si dice di tipo “Roma” se ogni altro vertice  $w$  in  $G$  può raggiungere  $v$  con un cammino orientato che parte da  $w$  e arriva a  $v$ .

- 1 Scrivere un algoritmo che dati un grafo  $G$  e un vertice  $v$ , determina se  $v$  è un vertice di tipo “Roma” in  $G$ .
- 2 Scrivere un algoritmo che, dato un grafo  $G$ , determina se  $G$  contiene un vertice di tipo “Roma”.

In entrambi i casi è possibile trovare un algoritmo con complessità  $O(m + n)$ , ma anche altre complessità verranno considerate.

# Minecraft

In Minecraft, una carta geografica è rappresentata da una matrice  $n \times n$  di celle, ognuna delle quali rappresenta un'altitudine intera. Un valore  $\leq 0$  corrisponde ad un mare, mentre un valore  $> 0$  corrisponde ad un'isola.

Scrivere un algoritmo che prenda in input una matrice  $A$  di interi e la sua dimensione positiva  $n$ , e restituisca l'altezza media dell'isola più elevata.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

# Minecraft

Ad esempio, nella matrice seguente ci sono tre isole, una  $2 \times 3$  in alto a sinistra con altezza media 1.5, una  $4 \times 1$  a destra con altezza media 1, una  $1 \times 2$  in basso a sinistra con altezza media 2. L'isola con altezza media più alta è quella in basso a sinistra, e quindi l'algoritmo deve restituire 2.

1	1	1	0	1
2	2	2	-1	1
0	-1	0	-2	1
0	0	-1	-2	1
2	2	-1	0	0

## Per fare un albero (binario di ricerca) ci vuole...

Dato un vettore  $V$  contenente  $n$  interi ordinati e distinti, scrivere un algoritmo che restituisca un albero binario di ricerca di altezza minima.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

# Grafi – Pozzo universale

- Un **pozzo universale** è un nodo con out-degree uguale a zero e in-degree uguale a  $n - 1$ .
- Dato un grafo orientato  $G$  rappresentato tramite **matrice di adiacenza**, scrivere un algoritmo che opera in tempo  $\Theta(n)$  in grado di determinare se  $G$  contiene un pozzo universale.
- È possibile ottenere la stessa complessità con liste di adiacenza?

Trovare i limiti superiori e inferiori più stretti possibili per la seguente famiglia di equazioni di ricorrenza, per valori di  $a$  interi positivi.

$$T(n) = \begin{cases} aT(\lfloor n/2 \rfloor) + n^{a-1} & n \geq 2 \\ 1 & n < 2 \end{cases}$$