

Ricorrenza $4T(\sqrt{n}) + \log^2 n$

Si ottengano limiti superiori e inferiori per la seguente ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} 4T(\lfloor \sqrt{n} \rfloor) + \log^2 n & n > 1 \\ 1 & n = 1 \end{cases}$$

Grafi – Tutte le strade portano a Roma

Un vertice v in un grafo orientato G si dice di tipo “Roma” se ogni altro vertice w in G può raggiungere v con un cammino orientato che parte da w e arriva a v .

- 1 Descrivere un algoritmo che dati un grafo G e un vertice v , determina se v è un vertice di tipo “Roma” in G .
- 2 Descrivere un algoritmo che, dato un grafo G , determina se G contiene un vertice di tipo “Roma”.

In entrambi i casi è possibile trovare un algoritmo con complessità $O(m + n)$, ma anche altre complessità verranno considerate.

Griglia quadrata

Si consideri un griglia quadrata $n \times n$ celle.

- Ogni cella è colorata con un colore in $\{1, 2, 3\}$
- Per semplicità, supponete che nella griglia sia presente almeno una cella di colore 1 e almeno una cella di colore 3.
- Supponete di partire da una cella di colore 1
- Ad ogni passo potete muovervi di una cella in alto, in basso, a destra o a sinistra
- L'obiettivo è raggiungere una cella con colore 3

Scrivere un algoritmo che prende in input una griglia rappresentata da una matrice di interi e restituisca il numero minimo di passi *necessari* per raggiungere una qualunque cella di colore 3 a partire da una qualunque cella di colore 1.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

Griglia quadrata

Ad esempio, si consideri la matrice seguente:

1	2	2	3
2	1	2	3
2	2	2	3
3	2	1	2

La risposta da dare è 2, perchè non esistono celle 1 e 3 adiacenti ma esistono percorsi formati da due passi (come quello evidenziato in grassetto, che però non è l'unico).

Shangai



Shangai

- Nel gioco dello Shangai, un bastoncino può essere rimosso se nessun altro bastoncino lo sovrasta.
- Una volta rimosso, è possibile che i bastoncini che erano sovrastati da esso possano essere rimossi.
- È anche possibile tuttavia che ad un certo punto nessun bastoncino possa essere rimosso, in quanto sovrastato da altri bastoncini.
- L'input è dato dai vettori X e Y di dimensione m , contenenti numeri da 1 a n . I vettori vanno interpretati in questo modo: per ogni indice i , il bastoncino $X[i]$ sovrasta il bastoncino $Y[i]$.
- Scrivere un algoritmo che prenda in input i vettori X , Y oltre alle dimensioni n ed m , e restituisca **true** se e solo se è possibile rimuovere tutti i bastoncini presenti, **false** altrimenti.

Anagrammi

Un'anagramma è una parola o frase ottenuta riarrangiando le lettere di un'altra parola o frase. Per esempio, "notremors" è un anagramma di "montresor".

Si supponga di avere in input un vettore di n stringhe di lunghezza massima k ; si scriva un algoritmo che stampi in output tutti i gruppi di anagrammi contenuti in queste n stringhe. Se ne discuta correttezza e complessità.

Esempio di input: rosa, pippo, poppi, raso, orsa, giappone

Esempio di output:

rosa, raso, orsa

pippo, poppi

giappone

Grafi – Pozzo universale

- Un **pozzo universale** è un nodo con out-degree uguale a zero e in-degree uguale a $n - 1$.
- Dato un grafo orientato G rappresentato tramite **matrice di adiacenza**, scrivere un algoritmo che opera in tempo $\Theta(n)$ in grado di determinare se G contiene un pozzo universale.
- È possibile ottenere la stessa complessità con liste di adiacenza?