

Sciatori

Siano dati n sciatori di altezza $p[1], \dots, p[n]$ ed n paia di sci di lunghezza $s[1], \dots, s[n]$.

Il problema è assegnare ad ogni sciatore un paio di sci, in modo da minimizzare la differenza totale fra le altezze degli sciatori e la lunghezza degli sci; ovvero, se allo sciatore i è assegnato il paio di sci $h(i)$, minimizzare la seguente quantità:

$$\sum_{i=1}^n |p[i] - s[h(i)]|$$

Si consideri il seguente algoritmo greedy. Si individui la coppia (sciatore, sci) con la minima differenza. Si assegni allo sciatore questo paio di sci. Si ripete con gli sciatori restanti fino a quando non si è terminato.

Provare la correttezza di questo algoritmo o trovare un controesempio.

Sfilatino alla Nutella

Nella sagra di Hateville, è stato realizzato lo sfilatino alla Nutella più lungo del mondo, lungo L centimetri. Ora si tratta di realizzare un altro record: il maggior numero di persone servite con lo stesso sfilatino.

Alla sagra sono presenti n persone, dove la persona i -esima chiede un *segmento* di sfilatino lungo $V[i]$ centimetri; secondo il regolamento, ogni richiesta va servita esattamente, ovvero se la persona i verrà servita, riceverà il segmento richiesto. Tutte le lunghezze sono intere. Scrivere un algoritmo che restituisca il numero massimo di persone che possono essere servite con lo sfilatino. Non è necessario utilizzare tutto lo sfilatino.

Oltre a calcolare la complessità dell'algoritmo proposto, discutere anche la correttezza, menzionando la tecnica scelta e specificando bene perché tale tecnica può essere applicata in questo caso.

High Line

La High Line è un parco lineare di New York realizzato su una sezione in disuso della ferrovia sopraelevata chiamata West Side Line.

- E' un rettilineo lungo L metri corredato da aiuole e piante. Lungo il parco, esistono n irrigatori.
- L'irrigatore i -esimo è collocato ad una distanza $D[i]$ dall'inizio della High Line e ha un raggio di azione pari a $R[i]$, ovvero inaffia la sezione di High Line che va da $D[i] - R[i]$ a $D[i] + R[i]$.

Il vostro compito è scrivere un algoritmo che restituisca il minimo numero di irrigatori che vanno attivati per inaffiare l'intera linea, oppure -1 se è impossibile inaffiare l'intera linea.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

Spoiler alert!