

# Appunti lezione – Capitolo 1

## Introduzione

Alberto Montresor

14 Settembre, 2019

### 1 Esercizio: Dimostrare che l'invariante di $\text{min}()$ è rispettata

L'invariante da dimostrare è la seguente: All'inizio di ogni iterazione del ciclo **for**, la variabile  $\text{min}$  contiene il minimo parziale degli elementi  $S[1 \dots i - 1]$ .

- *Inizializzazione*: All'inizio della prima iterazione, il valore della variabile  $i$  è pari a 2. Essendo  $\text{min}$  inizializzato ad  $S[1]$ , esso è banalmente il minimo del sottovettore  $S[1 \dots 1]$ .
- *Conservazione*: All'inizio di una iterazione,  $\text{min}$  contiene il valore del minimo di  $S[1 \dots i - 1]$ . Al termine,  $i$  viene incrementata di 1 e  $\text{min}$  viene confrontato con  $S[i]$ , ed eventualmente aggiornato con tale valore, se più basso. Quindi all'inizio del ciclo successivo  $\text{min}$  contiene il minimo di  $S[1 \dots i]$ , come richiesto.
- *Conclusione*: al termine del ciclo, il valore della variabile  $i$  è pari a  $n + 1$ . Quindi  $\text{min}$  contiene il minimo del vettore  $S[1 \dots n]$ , ovvero il valore che volevamo ottenere.

### 2 Esercizio: Dimostrare che $\text{binarySearch}()$ è corretta.

La correttezza si dimostra per induzione sulla dimensione  $n$  del vettore.

- Passo base: Se  $n = 0$ , ovvero se  $i > j$ , il valore cercato non è presente e correttamente l'algoritmo ritorna 0.
- Ipotesi induttiva: vogliamo dimostrare che l'algoritmo è corretto per la dimensione  $n$ , e supponiamo di aver dimostrato che l'algoritmo è corretto per tutte le dimensioni  $n' < n$ .
- Passo induttivo: Sia  $m$  l'elemento mediano; se  $S[m] = v$ , l'elemento è stato trovato e correttamente l'algoritmo ritorna l'indice  $m$ . Se invece  $S[m] \neq v$ , il valore deve necessariamente trovarsi negli elementi  $S[i \dots m - 1]$  (se minore) o  $S[m + 1 \dots j]$  (se maggiore). Tali sottovettori hanno dimensione minore di  $n$ , e quindi la ricerca dell'elemento in essi dà origine ad un risultato corretto.