Qualche esempio di formalizzazione

$\forall x[..\, x\, ..\wedge ..\, x\, ..] \rightarrow .....$

L'ambito del quantificatore $\forall x$ è limitato all'antecedente dell'implicazione.

Esempio :

$\forall x[C(x) \wedge B(x)] \rightarrow \neg\exists y S(y)$

Se tutti sono cantanti bravi, non ci sono stonati.

L'antecedente di questa implicazione è vero in tutti e soli i domini composti esclusivamente da cantanti bravi, in tale dominio non c' è posto né per non-cantanti né per non-bravi.

*****

$\forall x[(..\, x\, ..\wedge ..\, x\, ..) \rightarrow .....]$

L'ambito del quantificatore $\forall x$ è l'intera formula, ma la variabile x non occorre nel conseguente dell'implicazione.

Esempio :

$\forall x[A(x) \wedge F(x) \rightarrow R(a)]$

Di scomoda lettura nel linguaggio naturale, per esempio: *Preso un qualsiasi individuo, se questo è un animale feroce, allora Andrea è in pericolo.* Ma è equivalente a :

$\exists x[A(x) \wedge F(x)] \rightarrow R(a)$

Se c'è un animale feroce, Andrea è in pericolo.

L'ambito del quantificatore $\exists x$ è solo l'antecedente dell'mplicazione.

*****

$\forall x[(..\,x\,..\wedge..\,x\,..)\rightarrow..\,x\,..]$

L'ambito del quantificatore $\forall x$ è l'intera formula, e la variabile x occorre anche nel conseguente dell'implicazione.

Esempio :

$\forall x[A(x)\wedge F(x)\rightarrow U(a,x)]$

Andrea uccide tutti gli animali feroci oppure *Se c'è un animale feroce, Andrea lo uccide.*[1]

*****

$\forall x[..\,x\,..\rightarrow..\,x\,..]\rightarrow.....$

L'ambito del quantificatore $\forall x$ è limitato all'antecedente dell'implicazione.

Esempio:

$\forall x[C(x)\rightarrow B(x)]\rightarrow E(s)$

Se tutti i cantanti sono bravi, lo spettacolo sarà eccellente.

L'antecedente di questa implicazione è vero in tutti i domini in cui i cantanti sono bravi, ma non si esclude che ci possano essere anche non-cantanti.

*****

$\forall x[(..\,x\,..\rightarrow..\,x\,..)\rightarrow.....]$

L'ambito del quantificatore $\forall x$ è l'intera formula, e la variabile x non occorre nel conseguente dell'implicazione.

Esempio:

$\forall x[(C(x)\rightarrow B(x))\rightarrow E(s)]$

Di difficile lettura. Equivalente a:

$\exists x[C(x)\rightarrow B(x)]\rightarrow E(s)$ e
$\exists x[\neg C(x)\vee B(x)]\rightarrow E(s)$

Se c'è qualcuno che o non è un cantante oppure è bravo, allora lo spettacolo sarà eccellente.

*** **UN** ***

$\exists x(..\, x\, ..\wedge ..\, x\, ..)$
Esempio:

$\exists x(U(x) \wedge P(x))$	**Un** *uomo passeggia nel parco*

***

$\exists x(..\, x\, ..\wedge ..\, x\, ..) \wedge .....$	L'ambito del quantificatore $\exists x$ è solo il primo congiunto.
Esempio:	
$\exists x[U(x) \wedge P(x)] \wedge S(m)$	**Un** *uomo passeggia nel parco e Maria prende il sole.*

***

$\exists x[(..\, x\, ..\wedge ..\, x\, ..) \wedge ...x..]$	L'ambito del quantificatore $\exists x$ è l'intera asserzione.
Esempio:	
$\exists x[(U(x) \wedge P(x)) \wedge V(m,x)]$	**Un** *uomo passeggia nel parco e Maria lo vede.*

***

$\forall x[(..\, x\, ..\wedge ..\, x\, ..) \rightarrow ..x..]$	L'ambito del quantificatore $\forall x$ è l'intera asserzione.
Esempi:	
$\forall x[(U(x) \wedge P(x)) \rightarrow V(m,x)]$	*Se c'è* **un** *uomo cha passeggia nel parco, Maria lo vede.* Oppure *Maria vede tutti gli uomini che passeggiano nel parco.*
$\forall x[B(x) \wedge D(x) \rightarrow \forall y(G(y,x) \rightarrow F(y)]$	*Se* **un** *bambino è diligente, i suoi genitori sono felici.*

*****

$\exists x(..\, x\, .. \to ..\, x\, ..)$
Esempio:

$\exists x(Q(x) \to C(x))$ *Qualcuno, se va a piedi è contento.*
Equivalente a:

$\exists x(\neg Q(x) \vee C(x))$ *C'è qualcuno che o non va a piedi oppure è contento.*

***

$\forall x(..\, x\, .. \to ..\, x\, ..)$
Esempio:

$\forall x(Q(x) \to C(x))$ *Chiunque vada a piedi è contento.*

***

$\forall x(..\, x\, .. \to ..\, x\, ..) \to ....$ x non occorre nel conseguente dell'implicazione.

Esempi:
$\forall x(U(x) \to Q(x)) \to \neg X$ *Se tutti gli uomini vanno a piedi, non cè inquinamento.*

$\forall x(B(x) \to D(x)) \to \neg Y$ *Se tutti i bambini sono diligenti, non c'è di che preoccuparsi.*

Analizziamo alcuni **articoli**

Speedy Gonzales è più veloce di una lepre

$$\forall x(L(x) \to V(g,x))$$

Un topo è più veloce di una lepre

ambiguo:

Esiste almeno un topo che è più veloce di una lepre

$$\exists x(T(x) \wedge \forall y(L(y) \to V(x,y))$$

Esiste esattamente un topo che è più veloce di una lepre

$$\exists x[T(x) \wedge \forall y(L(y) \to V(x,y) \wedge \forall z(T(z) \wedge \forall y(L(y) \to V(z,y)) \to x = z)]$$

Un qualsiasi topo è più veloce di una lepre

$$\forall x(T(x) \to \forall y(L(y) \to V(x,y))$$

$$\forall x \forall y(T(x) \wedge L(y) \to V(x,y))$$

Nessun topo è più veloce di una lepre

ambiguo:

Nessun topo è più veloce di tutte le lepri

$$\neg\exists x[T(x) \wedge \forall y(L(y) \to V(x,y)]$$

$$\forall x[T(x) \to \exists y(L(y) \wedge \neg V(x,y)]$$

Comunque si scelga un topo e una lepre, il topo non è più veloce della lepre

$$\neg\exists x[T(x) \wedge \exists y(L(y) \wedge V(x,y)]$$

$$\forall x(T(x) \to \neg\exists x(L(y) \wedge V(x,y))$$
$$\forall x(T(x) \to \forall x(L(y) \to \neg V(x,y))$$
$$\forall x \forall y(T(x) \wedge L(y) \to \neg V(x,y))$$

Nessuno è più veloce di una lepre

$$\neg\exists x \forall y(L(y) \to V(x,y))$$

Un uomo è un animale bipede

Un uomo passeggia nel parco, Maria lo vede

Un fisico russo è più famoso di Einstein

Il cane è fedele

Il cane è sul tappeto

Il Rettore è fuori Bologna